Problemlösning i läromedel för årskurs 4-6

– En kvalitativ studie om hur problemlösning konstrueras i matematikböcker och lärarhandledningar.

Pauline Börjesson

Examensarbete 15 hp
Lärarprogrammet
Institutionen för individ och samhälle
Vårterminen 2016

Arbetets art: Examensarbete 15 hp, Lärarprogrammet
Titel: Problemlösning i läromedel för årskurs 4-6 – En kvalitativ studie hur problemlösning konstrueras i matematikböcker och lärarhandledningar.
Engelsk titel: Problem solving in teaching materials for grades 4-6 – A qualitative study how problem solving is constructed in textbooks and teacher guides.
Sidantal: 33 sidor
Författare: Pauline Börjesson
Examinator: Lena Sjöberg
Datum: April 2016

Sammanfattning

Bakgrund: I Skolinspektionen (2009) redovisas det att matematikundervisningen utgörs av matematikböcker i en allt större utsträckning, varvid de problemlösningsuppgifter som är konstruerade i matematikböckerna kan anses otillräckliga. Det här medför att eleverna får begränsade möjligheter att utveckla och erhålla kunskaper inom områden med problemlösning. Vidare framkommer det att många lärare förlitar sig på att matematikböckerna upptar de kunskapskrav som redogörs i läroplanen. I en rapport från TIMSS (2011) redogör Skolverket att den problematik som kan uppkomma vid arbete med läromedel i matematikundervisningen kan grunda sig i hur lärarna väljer att använda sig av materialet. Löwing och Kilborn (2002) belyser att problemlösning är ett viktigt moment i matematik, men att de uppgifter som eleverna ofta tilldelas är bristfälliga, varpå de menar att eleverna ska få möjlighet att lösa problemuppgifter på olika sätt och av olika slag.

Syfte: Studiens syfte är att undersöka hur problemlösning konstrueras i matematikböcker och lärarhandledningar för årskurs 4-6.

Metod: För att besvara mina forskningsfrågor har jag utgått från en kvalitativ innehållsanalys där jag med hjälp av fem kriterier, som Taflin (2007) bland annat redovisar i sin avhandling gällande definition av rika matematiska problem, analyserade matematikböcker med tillhörande lärarhandledningar.

Resultat: Det framkommer i studien att ingen av de matematikböcker och lärarhandledningar som jag har granskat besvarar studiens forskningsfrågor fullt ut, vilket jag kan konstatera utifrån aktuell forskning och studiens teoretiska utgångspunkter gällande problemlösning. Matematikböckerna är bristfälliga vad gäller elevernas möjligheter att få använda sig av olika representationsformer i en och samma uppgift. Vidare framkommer det att ytterst få uppgifter erbjuder eleverna till att formulera egna problemlösningsuppgifter i förhållande till de befintliga problemlösningsuppgifterna. Däremot påvisas det i den här studien att lärarhandledningarna är ett ytterst viktigt redskap för läraren vid arbete med problemlösning i matematikböckerna. Samtidigt kan det konstateras att om läraren inte väljer att använda lärarhandledningarna utifrån de konstruktioner som anges, kan det orsaka att eleverna får begränsade möjligheter att uppnå kunskapsmål som omfattar problemlösning i Lgr11 (Skolverket, 2015).

Nyckelord: problemlösning, matematikböcker och läromedelsgranskning.

Innehållsförteckning

Inledning

Under mina VFU-perioder har jag upplevt att matematikundervisningen till största del styrts av matematikböckerna, där det individuella räknandet har varit i centrum. Eleverna sitter tysta och utför uppgifter samtidigt som de använder sina mobiler som musikkällor. Skolinspektionen (2009) framhåller att matematikundervisningen domineras av matematikböckerna i för stor utsträckning, vars problemlösningsuppgifter kan anses otillräckliga och medför att eleverna får reducerad möjlighet att utveckla sina kompetenser inom området. Löwing och Kilborn (2002) anser att problemlösning är ett av de viktigaste momenten i matematik, men betonar likt Skolinspektionen (2009) att det råder begränsade utvecklingsmöjligheter för elever gällande problemlösning. Författarna belyser att elever ofta löser problemlösningsuppgifter de redan kan eller blir tilldelade uppgifter som har för hög svårighetsgrad. Vidare lyfter de vikten av att eleverna måste få möjlighet till att lösa problem på olika sätt och av olika slag. En annan forskare, Möllehed, (2001) skriver följande:

> Problemlösning förekommer inte bara i matematik och många av de moment, som är nödvändiga för en framgångsrik lösning av matematiska problem måste även vara nödvändiga i andra ämnen. Det fordras exempelvis att man förstår en text, kan tolka bilder och diagram och kan korrekt beskriva olika ting och händelser ur verkligheten.
>
> (Möllehed, 2001, s. 143)

Skolinspektionen (2009) redogör att många lärare förlitar sig helt på att läroboken behandlar de mål som eleverna ska sträva efter i kursplanen. I en rapport från TIMSS (Trends in International Mathematics and Science Study, 2011) går det att utläsa, som det gör i Skolinspektionens granskning, att matematikböckerna dominerar. Utöver den aspekten framhåller Skolverket (2011) att det även finns en föreställning om att undervisningen skulle bli friare utan läromedel, men poängterar samtidigt att den problematik som kan uppstå kring arbete i läromedel kan grunda sig i hur lärarna arbetar med materialet. Johansson (2006) belyser utifrån sin avhandling att matematikböckerna i vissa klassrum styr elevernas arbete kring problemlösningsuppgifter. Författaren menar att lärarna går runt, kikar över elevernas axlar, hjälper dem, svarar på frågor samt ställer frågor i anslutning till problemet. Samtidigt poängterar Johansson att andra lärare vågar gå utanför ramarna, där undervisning kring problemlösning inte genomsyras helt av matematikboken. Därav vore det tämligen intressant att, med ovanstående aspekter och resonemang i åtanke, undersöka på vilket sätt problemlösning framställs i matematikböcker och lärarhandledningar utifrån den nuvarande läroplanen för grundskolan, förskoleklassen och fritidshemmet (Skolverket, 2015). Följande redogör Skolverket (2015) i Lgr11 att:

> Undervisningen ska bidra till att eleverna utvecklar kunskaper för att kunna formulera och lösa problem samt reflektera över och värdera valda strategier, metoder, modeller och resultat. Eleverna ska även ges förutsättningar att utveckla kunskaper för att kunna tolka vardagliga och matematiska situationer samt beskriva och formulera dessa med hjälp av matematikens uttrycksformer (s.47).

Jag har identifierat studier och avhandlingar som tidigare har behandlat läromedel och problemlösning, men få arbeten omfattar specifikt årskurs 4-6. Gustafsson och Kasibovic (2015) genomförde ett examensarbete likt den här studien där de undersökte problemlösningsuppgifters förekomst i läromedel för årskurs 1-3. Deras resultat påvisade att problemlösningsuppgifter inte förekommer i tillräckligt hög utsträckning för att eleverna ska nå de mål som behandlar problemlösningsområdet. Vidare framkom det i resultatet att en större del av uppgifterna var av rutinkaraktär, som övar elevers förmåga att utföra procedurer. Uppgifterna erbjöd ej eleverna möjlighet att använda olika uttrycksformer vid arbete med problemlösning. Vad gäller lärarhandledningarna påvisar Gustafsson och Kasibovic att det läggs mindre vikt kring problemlösningsområdet gentemot de andra områdena inom matematik. Utifrån Gustafsson och Kasibovics resultat kring matematikböcker för årskurs 1-3 kommer den här studien att följas upp med liknade frågeställningar för läroböcker i årskurs 4-6. Däremot kommer jag att inte att lägga något fokus på hur stor andel av uppgifterna som är av problemkaraktär. Jag kommer istället lyfta fram vilka möjligheter och strategier som matematikböcker och lärarhandledningar framhäver vid arbete med områden som omfattar problemlösning.

Studien kommer grunda sig i såväl äldre forskning som nyare, vilket beror på att de avhandlingar och artiklar som har gett inspiration till den här studien har genomsyrats av äldre ståndpunkter kring läromedel och problemlösning inom matematik.

Problemlösning i läroplanen

I det här avsnittet kommer först en redogörelse för de olika kunskapsmålen som eleverna ska uppnå vid avslutad skolgång i årskurs 6. Därefter kommer vikten med problemlösning i grundskolan att presenteras utifrån Skolverkets nuvarande läroplan (2015) och kommentarmaterial i matematik (2011). Avsnittet avslutas med beskrivning om vad eleverna ska utveckla inom matematik i förhållande till problemlösning, samt en redogörelse om vilket kunskapskrav eleverna ska uppnå vid avslutad skolgång i årskurs 6 gällande problemlösning.

Skolverket (2015) framhåller fem mål som eleverna ska utveckla inom matematik under sin tid i grundskolan. Eleverna ska genom undervisning i matematik ges förutsättningar att utveckla förmågan att:

- formulera och lösa problem med hjälp av matematik samt värdera valda strategier och metoder,
- använda och analysera matematiska begrepp och samband mellan begrepp,
- välja och använda lämpliga matematiska metoder för att göra beräkningar och lösa rutinuppgifter,
- föra och följa matematiska resonemang, och
- använda matematikens uttrycksformer för att samtala om, argumentera och redogöra för frågeställningar, beräkningar och slutsatser.

(Skolverket, 2015, s.48)

I den nuvarande läroplanen beskriver att skolan har en viktig uppgift, där utbildningen ska ge möjlighet att stimulera elevernas självförtroende, nyfikenhet och kreativitet. Eleverna ska få möjlighet att komma på och pröva egna idéer och lösa problem. Det ska ges utrymme för eleverna att utveckla förmågor kring att arbeta såväl själva som tillsammans, antingen i par eller i grupper, samt att eleverna ska ges möjlighet till att ta egna initiativ och ansvar. Det här ska medföra att eleverna utvecklar förhållningssätt som är givande för entreprenörskap (Skolverket, 2015).

Skolverket (2011) framhåller i kommentarmaterialet för matematik några viktiga faktorer för förändringar av den förra kursplanen, Lpo94 (Skolverket, 1994). Forskning kring ämnesdidaktik, resultat från nationell utvärdering av undervisningen i matematik (NU-03) samt internationella utvärderingar (TIMSS, 2008 och PISA, Programme for International Student Assessment, 2010) ligger bland annat till grund för förändring av Lpo94. De olika utvärderingarna påvisar att det enskilda arbetet i matematik dominerar i en relativt hög grad. Det här medför, vilket tidigare belysts av Skolinspektionen (2009) samt Löwing och Kilborn (2002), att eleverna får inskränkta möjligheter att utveckla matematiska förmågor som är av vikt vid problemlösning. Därav menar Skolverket (2011), i kommentarmaterialet, att ambitionen med den nya kursplanen är att ”betona vikten av att eleverna ges möjlighet att använda matematiken i olika sammanhang, utveckla förmågan att lösa problem, använda logiska resonemang samt att kommunicera matematik med hjälp av olika uttrycksformer” (s.6). Eftersom Skolverket samtidigt belyser att matematik är ett kommunikativt ämne, bör fokus ligga på användning av matematik i olika kontexter och förhållanden. Undervisningen ska bidra till att eleverna får möjlighet att utveckla redskap för att sedan kunna använda de här för att tolka situationer och förlopp, konstruera och lösa problem, samt ge beskrivningar. Det medför att matematik ska vara en verksamhet som bygger på kreativitet och problemlösning, där utgångspunkten omfattar ”den tillfredsställelse och glädje som ligger i att förstå och kunna lösa problem.” (s.7). Det betonas även att elever vid arbete med problemlösningsuppgifter ska kunna resonera matematiskt, använda matematiska begrepp, uttrycksformer och metoder. Inom problemlösning inkluderas även vikten av att kunna reflektera och värdera problemlösningsuppgiftens rimlighet i förhållande till resultatet.

Det som omnämns nästintill först i den nuvarande läroplanens matematikavsnitt är problemlösning. Skolverket (2015) redogör följande:

> Matematisk verksamhet är till sin art en kreativ, reflekterande och problemlösande aktivitet som är nära kopplad till den samhälleliga, sociala och tekniska utvecklingen. Kunskaper i matematik ger människor förutsättningar att fatta välgrundade beslut i vardagslivets många valsituationer och ökar möjligheterna att delta i samhällets beslutsprocesser (s.47).

Vidare redovisar Skolverket i syftedelen att:

> Undervisningen ska bidra till att eleverna utvecklar kunskaper för att kunna formulera och lösa problem samt reflektera över och värdera valda strategier, metoder, modeller och resultat. Eleverna ska även ges förutsättningar att utveckla kunskaper för att kunna tolka vardagliga och matematiska situationer samt beskriva och formulera dessa med hjälp av matematikens uttrycksformer (s.47).

Vid avslutad skolgång i årskurs 6 ska eleven, bortsett från värdeorden, kunna följande vid problemlösning:

> […] lösa enkla problem i elevnära situationer på ett fungerande sätt genom att välja och använda strategier och metoder med anpassning till problemets karaktär. Eleven beskriver tillvägagångssätt på ett fungerande sätt och för underbyggda resonemang om resultatens rimlighet i förhållande till problemsituationen samt *att eleven* kan ge förslag på alternativt tillvägagångssätt (s.54).

Mot bakgrund av ovanstående redogörelser och som nämnts tidigare, har jag för avsikt att undersöka hur problemlösning och problemlösningsuppgifter framställs i matematikböcker med tillhörande lärarhandledningar, där nästkommande avsnitt behandlar studiens syfte och frågeställningar.

Syfte och frågeställningar

Syftet med den här studien är att undersöka hur problemlösning konstrueras i matematikböcker med tillhörande lärarhandledningar utifrån den nuvarande läroplanen, Lgr11 (Skolverket, 2015).

1. Hur skrivs problemlösning fram i elevernas matematikuppgifter?
2. På vilka sätt erbjuds eleverna att arbeta med olika representationsformer i matematikböckerna i förhållande till problemlösningsuppgifter?
3. Hur förklaras problemlösning och förhållningssätt kring problemlösning i lärarhandledningarna?

Forskningsbakgrund

Följande avsnitt kommer behandlas med hjälp utifrån frågeställningarna, varpå den aktuella forskningen som framläggs kommer att ligga till grund för kommande diskussion av resultatet. En redogörelse kommer framföras om definitioner kring uppgifter med problemkaraktär och dess vikt i dagens klassrum, representationsformer vid arbete med problemlösning, matematiska förmågor samt lärarens roll vid arbete med problemuppgifter. Vidare vad gäller läroböcker, kommer en vetenskaplig beskrivning framföras kring dess innebörd och betydelse i matematikundervisningen.

Karaktärisering av problem

För att erhålla en klarare bild angående definitionen av problem kommer en redovisning av olika uppgiftstyper att beskrivas nedan med resonemang utifrån Hagland, Hedrén och Taflin (2005). Författarna menar att uppgifter kan delas in i tre kategorier, *rutinuppgift/standarduppgift*, *textuppgift/benämnduppgift/vardagsuppgift* och *problemuppgift*, varpå problemuppgift kan kategoriseras in i en underkategori, *rikt problem*.

Enligt Hagland, Hedrén och Taflin (2005) kan en *rutin- eller standarduppgift* definieras genom att det är en uppgift som inte upplevs som någon svårighet för individen som löser den. Uppgiften är bekant för individen och utgör därav en färdighetsträning.

Vad gäller *textuppgift/benämnd uppgift/vardagsuppgift* är det en uppgift med en given text med innehåll av matematiska symboler. Uppgiften ska påvisa en användning av matematik och/eller en matematisk modell. Till skillnad från ett rutin-eller standard problem kan en uppgift av det här slaget även karaktäriseras som en *problemlösningsuppgift* enligt Hagland, Hedrén och Taflin (2005), men måste då inrymma 3 aspekter som redovisas nedan:

1. Att individen vill eller behöver lösa uppgiften.
2. Individen har inte på förhand en given procedur för att lösa uppgiften.
3. Individen behöver anstränga sig för att finna en lösning uppgiften.

I kommentarmaterialet i matematik framhåller Skolverket (2011) att ett matematiskt problem skiljer sig från rutinuppgifter och uppgifter där det redan finns en angiven lösningsstrategi. Genom att undersöka och pröva sig fram kan eleverna vid en problemlösningsuppgift finna en lösning. Problemuppgiften kan innefatta olika kunskapsområden inom matematik, varpå innehållet kan bygga på verkliga situationer, fantasier eller intressen. Problemet kan vara uppbyggt på ett sådant vis att det saknas direkta samband med vardagen och att det således kan vara utformat rent matematiskt. Samtidigt kan det även förekomma problem som består av en specifik situation där eleverna behöver göra en tolkning av innehållet och framställa en matematisk formulering.

Undervisning innehållande problemlösning har dock inte alltid varit den bästa (Karlsson & Kilborn, 2015). Författarna menar, utifrån sina egna erfarenheter, att eleverna ofta har fått lösa kluringar, skapa egna matematiska problem samt lösa vardagsuppgifter. Enligt Karlsson och Kilborn har det medfört att problemlösningsförmågan kommit i skymundan. Vidare redogör författarna att det finns en föreställning om att problemlösning ska ha inslag av vardagsproblem eller dylikt. Därav menar författarna, att uppgifter av problemlösningskaraktär även behöver handla om problem som utformas rent matematiskt.

Shoenfeld (1991) framhåller ett antal egenskaper som är av vikt för att ge elever möjlighet att erhålla ett matematiskt tänk vid problemlösning. För det första ska problemet vara gripbart med ett enkelt språk för att eleven ska förstå uppgiften. För det andra ska eleven kunna nyttja olika angreppssätt för att lösa problemet, det vill säga ha möjlighet att använda olika lösningsstrategier. Det kan leda till givande matematiska diskussioner kring kopplingar och val av tillvägagångssätt vid problemlösningen. För det tredje ska problemet skapa introduktion till olika matematiska idéer. Genom att eleven får frambringa det här medför det till att de viktiga delarna i det matematiska innehållet eller i lösningsstrategierna framhävs. Den fjärde och sista egenskapen innebär att eleven ska ges möjlighet att introduceras till ett nytt problematikområde inom matematiken. Om de här fyra egenskaperna uppfylls kan eleven utveckla sina tankebanor för att kunna lösa nya uppgifter av problemkaraktär.

Vidare omnämns den tidigare forskaren och matematikprofessorn George Poyla i många avhandlingar som omfattar problemlösning, bland annat i Taflin (2007) och Möllehed (2001). Poyla (1981, i Möllehed, 2001) framlägger fyra olika kriterier för ett matematiskt problem:

1. *One rule under your nose* – en typ av problem som löses genom mekanisk tillämpning av en regel som just har presenterats och diskuterats.
2. *Application with some choise* – Ett problem som kan lösas genom tillämpning av en regel eller en metod som använts tidigare så att problemlösaren måste göra ett val.
3. *Choice of a combination* – ett problem som fordrar att problemlösaren kombinerar två eller flera regler eller metoder.
4. *Approaching research level* – ett problem som fordrar en ny kombination av regler eller metoder men som har många förgreningar och fodrar en hög grad av självständighet och logisk tankegång.

(Möllehed 2001,s.16-17)

Poyla (1981) framhåller att störst vikt bör läggas vid problemtyp tre och fyra när lärare och elever arbetar med problemlösning i matematikundervisningen.

Som tidigare nämnt betonar Taflin (2007) samt Hagland, Hedrén och Taflin (2005) att ett problem även kan karaktäriseras som ett *rikt problem*. Ett sådant problem ska innefatta tidigare nämnda aspekter som att; individen vill eller behöver lösa uppgiften, individen har inte på förhand en given procedur för att lösa uppgiften, samt att individen behöver anstränga sig för att lösa uppgiften. Men för att det ska karaktäriseras som ett *rikt problem* måste det även var ett problem som ger möjligheter till diskussioner av procedurer och matematiska begrepp, vilket Taflin (2007) omnämner i sin avhandling. Hon har valt att definiera centrala begrepp som är av vikt kring behandling av problemlösning i skolmatematik. Författaren framför att hon har studerat problem som olika forskare har använt sig av i sina undersökningar samt hur de har valt att beskriva problem. Med de olika forskarnas aspekter i åtanke har Taflin kommit fram till en definition kring vad ett rikt problem innebär (Se även Hagland, Hedrén & Taflin, 2005):

1. Problemet ska introducera till viktiga matematiska idéer.
2. Problemet ska vara lätt att förstå och alla ska ha en möjlighet att arbeta med det.
3. Problemet ska upplevas som en utmaning, kräva ansträngning och tillåtas ta tid.
4. Problemet ska kunna lösas på flera olika sätt, med olika matematiska idéer och representationer.
5. Problemet ska kunna initiera till matematiska resonemang utifrån elevernas skilda lösningar, ett resonemang som visar på olika matematiska idéer.

6. Problemet ska kunna fungera som brobyggare.
7. Problemet ska kunna leda till att elever och lärare formulerar nya intressanta problem.

(Taflin, 2007, s. 11-12)

I avsnittet teoretiska utgångspunkter kommer en mer djupgående förklaring av de sju kriterierna att framföras kring vad ett rikt problem innebär utifrån resonemang av Taflin (2007) och Hagland, Hedrén och Taflin (2005).

Representationsformer

Ahlberg (1992) betonar i sin avhandling tre representationsformer för att framföra en lösningsprocess gällande problemlösningsuppgifter. Hon talar således om att ge eleverna möjlighet att rita bilder, skriva och tala. Genom att använda olika representationsformer vid problemlösning får eleverna möjlighet att reflektera och se problemet från olika perspektiv, varvid eleverna erhåller en förändrad förståelse. De olika formerna för att uttrycka sig vid problemlösning blir betydelsefulla redskap för att komma fram till en lösning av problemet.

I sin undersökning vill Ahlberg (1992) att eleverna, vid arbete med problemlösningsuppgifter, ska ges möjlighet att illustrera bilder/figurer. Genom att illustrera bilder tillåts eleverna upptäcka bildens egenskaper, varpå det blir ett användbart redskap vid problemlösning. Vidare menar Ahlberg att undervisningens syfte ej är att låta eleverna öva på att använda ett visst tillvägagångssätt gällande illustrationer vid problemlösning. Ahlberg menar att ”Eleverna ska istället utifrån sin egen erfarenhet framställa bilder och vid en jämförande diskussion med kamraterna upptäcka bildens funktion i en matematisk problemlösningssituation och varsebli att man på olika sätt kan representera matematiska händelser” (s. 96).

Vad gäller att använda sig av skriftspråket vid arbete med problemlösning framhåller Ahlberg (1992) att det blir ett verktyg för tänkandet. Eleverna får tid till eftertanke, vilket således ger eleverna möjlighet att gå tillbaka och reflektera över det som har skrivits fram. I sin undersökning menar Ahlberg att problemets aritmetiska lösning kan införlivas genom en berättelse, där eleverna ges möjlighet att fritt få skriva om problemets innehåll, använda sin fantasi, utvidga sammanhanget samt att eleverna utifrån sin förståelse av problemet får komma med lösningsförslag.

Ahlberg (1992) framhåller, i sin avhandling, även vikten att muntligt få kommunicera lösningsförslag gällande problemuppgifter tillsammans med andra. Först bör eleverna själva få undersöka och finna en lösning till det givna problemet. Därefter tilldelas eleverna grupper där de diskuterar de olika lösningsförslagen, varpå ett av förslagen ska presenteras för resterande klasskamrater. Genom att eleverna får diskutera ett alternativt lösningförslag, ges de möjlighet att värdera de olika förslagen och undersöka deras relevans i förhållande till uppgiften. Var och en ska argumentera varför deras lösningsförslag är mest givande och framhäva för- och nackdelar. Ahlberg menar att ”Språket är således nyckeln till förståelsen av ett problem och eleverna skall lyssna och tala, använda sitt eget språk och vidareutveckla det genom att fråga, redogöra, beskriva och förklara” (s.106).

Dimming (2008) refererar till Skoogh och Johansson (1991), varvid författarna lyfter fram givande lösningsstrategier vid arbete med problemlösning. Dimming (2008) menar att det som lärare är av vikt att synliggöra olika strategier för att lösa ett och samma problem.

Dimming påvisar Skooghs och Johanssons (1991) strategier följande:

1. *Formulera om problemet med egna ord*: Om eleven sätter egna ord på vad han/hon skall göra ökar möjligheten att förstå problemtypen och hitta en angreppspunkt.
2. *Göra på riktigt*: Genom att utföra handlingen eller spela upp den på låtsas kan man komma åt lösningen på problemet.
3. *Använda konkret material*: Att använda pengar, gem, kottar eller liknande kan hjälpa eleven att lättare se lösningen.
4. *Rita*: Genom att göra en enkel skiss stöttas tanken och möjligheten att se och komma åt lösningen ökar.
5. *Förenkla problemet*: Om man byter ut t.ex. siffrorna i problemet blir beräkningen inte så svår. Man kan med hjälp av denna strategi "komma på" hur man skall göra och byter därefter ut siffrorna till de ursprungliga.

(Dimming, 2008, s. 7)

Ovan nämnda aspekter kan hänföras till de fyra olika uttrycksformer som Hagland, Hedrén och Taflin (2005) framhåller:

1. *Konkret uttrycksform* – Eleverna tar hjälp av något material, vilket eventuellt kan hänföras till en figur, för att lösa uppgiften.
2. *Logisk/språklig uttrycksform* – Med hjälp av språket förklarar eleverna lösningsprocessen, varpå eleverna undviker det matematiska symbolerna helt.
3. *Algebraisk/aritmetisk uttrycksform* – Eleverna använder sig av de algebraiska symbolerna (siffror och talsymboler) som en lösningsstrategi.
4. *Grafisk/geometrisk uttrycksform* – Eleverna visar med illustrerade bilder, diagram och dylikt, hur lösningsprocessen har genomförts.

Hagland, Hedrén och Taflin (2005) menar att de fyra uttrycksformerna ska fungera som verktyg, där eleverna får möjlighet till att stimuleras, kommunicera samt att det i undervisningen ges utrymme för elevernas tankearbete.

Matematiska förmågor i relation till problemlösning

Genom att arbeta med rika matematiska problem får elever möjlighet till att uttrycka sig genom olika matematiska förmågor, varpå eleverna även ges möjlighet att utveckla de här (Pettersson och Widstedt, 2013). Författarna menar att förmågor är utvecklingsbara och framhåller att det inte är en förmåga som gör individen duktig utan det är ett komplex av flera förmågor. Om en elev upplever svårigheter i någon av förmågorna, kan det uppvägas genom en större förståelse och styrkas i de andra förmågorna. Vidare lägger Hansson (2014) vikt vid att elever ska få utveckla matematiska förmågor och anser att eleverna måste få förutsättningar att få utveckla såväl begreppsförståelse, kommunikation, användning av olika representationsformer samt se matematiska samband. Författaren menar att ett givande förhållningsätt för att låta eleverna utveckla samtliga förmågor är att undervisningen parallellt präglas av förmågorna. Häggblom (2013) redogör vad det innebär för en elev att ha någon form av kompetens. Om en individ har utvecklat någon kompetens har han/hon förståelse, kan utöva, använda och känna till matematik i olika situationer.

I styckena nedtill kommer en presentation av fem matematiska förmågor att presenteras; problemlösningsförmågan, begreppsförmågan, kommunikationsförmågan, procedurförmågan samt resonemangsförmågan.

Problemlösningsförmågan
Vad gäller den här förmågan belyser Häggblom (2013) vikten av att kunna lösa problem i skolans alla ämnen, varpå det ger grundfärdigheter för vardagslivet. Därav behöver elever utveckla kunskaper för att kunna tolka vardagssituationer och matematiska situationer. Dessutom behöver eleverna även kunna formulera och ge beskrivningar i dessa situationer med hjälp av olika matematiska uttrycksformer. Ryve (2006) menar att när eleverna, förutom att lösa problem, kan formulera och utforma egna exempel på problemlösningsuppgifter, besitter de problemlösningsförmågan.

Begreppsförmågan
Enligt Häggblom (2013) är den här förmågan central i matematikundervisningen. Elevers begreppsförmåga utvecklas när eleverna påträffar begrepp i möten med matematik och vid erfarenheter av olika representationsformer, som i språket, verkligheten, bildmodeller, konkreta modeller och symboler. Ryve (2006) beskriver att elever som har erhållit den här förmågan kan se förhållandet mellan matematiska idéer och tillvägagångssätt. Eleverna har kunskap om hur olika begrepp, algoritmer och fakta relaterar till varandra och kan avgöra i vilka sammanhang det är relevant att arbeta med det. Vidare menar författaren att eleverna påvisar en god begreppsförmåga när de kan redogöra och lösa samma problem med olika lösningsstrategier.

Kommunikationsförmågan
I kommentarmaterialet i matematik redogör Skolverket (2011) att eleverna ska utveckla en förmåga att kunna kommunicera om och med matematik, varpå det är ett av syftena med matematikundervisningen. Eleverna ska genom olika uttrycksformer, i interaktion med andra, ta del av och återge information om matematiska tankegångar och idéer i såväl skrift, konkret material, bilder och i muntligt samspel. Eleverna ska ges möjlighet att utveckla ett alltmer precist matematiskt språk, varpå de kan anpassa redogörelsen och tankegångar efter situation och mottagare. Matematiken utvecklas till ett användbart redskap först när eleverna har utvecklat förmågan att kommunicera matematik.

Procedurförmågan
Genom användning av procedurförmågan menar Skolverket (u.å) att eleverna tillämpar olika matematiska tillvägagångssätt och rutiner på ett sådant sätt att noggrannhet, säkerhet och effektivitet stärks efter hand. Eleverna ska kunna lösa rutinuppgifter, hantera digitala verktyg samt kunna välja en lämplig procedur, som lämpar sig för en viss uppgift, för att sedan kunna utföra proceduren. I kommentarmaterialet för matematik framhåller Skolverket (2011) att eleverna med hjälp av procedurförmågan kan hantera och lösa mer avancerade uppgifter om de har en god förmåga att behärska procedurerna väl.

Resonemangsförmågan
Ryve (2006) menar att eleverna inom den här förmågan ska kunna argumentera för och förklara varför en lösning är rimlig i förhållande till det angivna problemet. I den här förmågan menar författaren även att eleverna ska kunna se mönster och använda sig av dessa mönster samt använda progressiva resonemang. Vidare ska eleverna också erhålla en kompetens att kunna reflektera över varför vissa lösningar har en matematisk logik, medan andra lösningar inte har det. Genom att eleverna får resonera och formulera sina tankar, betonar Häggblom (2013), att eleverna får möjlighet att stanna upp och reflektera över sin kunskap, varefter eleverna även får utveckla deras förmåga att tillämpa ett matematiskt språkbruk.

Lärarens förhållningssätt till problemlösning

Den viktigaste uppgiften för läraren är enligt Poyla (1948, 2003) att vägleda sina elever vid arbete av problem. Författaren menar att det är en relativt svår uppgift eftersom vägledning kräver tid, övning, sunda principer och hängivenhet. Dessutom framhåller Poyla att det är av vikt att eleven erhåller erfarenhet av att arbeta självständigt vid problemlösningsuppgifter. Dock, om eleven får alldeles för stort utrymme av självständigt arbete, utan vägledning och med otillräcklig hjälp från läraren, kan det medföra att eleven inte uppvisar framsteg i sin kunskapsutveckling gällande problemlösning. Poyla menar att läraren måste hjälpa eleven, men inte för mycket och inte heller för lite, för att eleven ska utvecklas optimalt. För att ge eleverna givande vägledning framhåller författaren två faktorer som är tänkvärda för läraren. Den första faktorn innefattar att läraren ska ge diskret vägledning, genom en illusion av självständigt arbete, om eleven inte kommer någonstans i sin uppgift att lösa problemet. Den andra faktorn, vilket Poyla hävdar är det mest lönsamma förhållningssättet för att vägleda eleven, är att läraren sätter sig själv i elevens situation för att försöka få en bild av hur eleven tänker, ställer frågor kring problemet eller genom att ”antyda ett steg som *eleven skulle ha kunnat komma på själv*” (Poyla, 2003, s.22).

Taflin (2007) menar att läraren har en avgörande roll vid arbete med rika problemlösningsuppgifter. Lärarna måste vid formulering av ett matematiskt problem vara medvetna om vilka idéer som eleverna kan tänkas använda, för att utefter det kunna skapa en givande undervisningssituation. Till följd av det här ska läraren inte göra det matematiska problemet odugligt genom att framföra ledtrådar som kan hämma elevernas tankar och idéer.
Taflin refererar dessutom till en forskare, Jaworski (1994), som framlägger tre aspekter vilka läraren bör beakta ifall eleverna ska utveckla matematiska kunskaper. Den första aspekten innefattar att läraren ska kunna se elevens styrkor och svagheter, varpå läraren vid den andra aspekten kan välja en uppgift som medför en utmaning för eleven. Den tredje aspekten innebär att läraren ska organisera för lärandet, men även för den miljö som undervisningen kommer att bedrivas i. Ytterligare har Jaworski även framlagt två roller som läraren bör agera utifrån i sin undervisning. I den första rollen agerar läraren stöttande, uppmuntrande och lyssnande. I den andra rollen lyfter läraren fram matematiken. Läraren ställer frågor i anknytning till uppgiften, klargör sin uppfattning och redogör de ståndpunkter som eleverna kommit fram till.

En lektion som omfattar problemlösning kan indelas i tre olika faser (Lester 1985, i Taflin 2007). I den första rollen menar Lester att läraren ska se till att eleverna har förståelse för det matematiska problemet, varpå läraren i den andra fasen ska låta eleverna få angripa problemuppgiften. Vid det här skedet ska läraren dela in eleverna i grupper, ge stöd och uppmuntran. Den sista och tredje fasen innefattar att läraren ska låta eleverna få presentera sina resultat och lösningsstrategier, varpå läraren ska lyfta resultat och generalisera dessa tillsammans med eleverna.

Det finns olika feltyper som kan uppstå vid problemlösning i matematik, varvid Möllehed (2001) betonar vikten av att läraren bör känna till feltyperna, eftersom det blir lättare för läraren att fånga upp eleven när han/hon hamnar i svårigheter. Möllehed menar att det finns olika faktorer som kan ha inverkan på elevernas svårigheter, som brister i de matematiska kunskaperna och i den kognitiva utvecklingen. De hinder som eleverna stöter på i lösningsprocessen kan hämma eleverna att komma fram till ett resultat. Författaren menar således att läraren kan beakta elevernas olika lösningsstrategier för att därigenom se elevernas felaktigheter. Genom det här kan han/hon sedan förklara för eleverna vad felaktigheterna grundar sig i. Ahlberg (1995) menar att elevernas medvetenhet och tänkande ökar när läraren tillsammans med eleverna diskuterar olika lösningsstrategier och tillvägagångsätt. Ytterligare menar författaren att eleverna kan tappa lusten och ge upp sina försöka till att lösa ett problem om läraren inte stöttar eleverna med frågor som omfattar problemlösningsuppgiftens innehåll.

Läroboken och dess roll i undervisningen

Enligt Selander (2003) är läroböcker inte endast ett verktyg för undervisning och lärande. Läroboken utgör även en form av minnesbank för kommunikation och kunskap, varpå läroboken är socialt konstruerad. Läroboken ska anpassas till både läraren och eleverna. Johansson (2006) framhåller liknande resonemang och menar att läroboken inom matematik kan ses som ett verktyg som underlättar lärarens arbete i undervisningen. Läroboken strukturerar upp de områden som eleverna behöver utveckla inom matematik. Dessutom kan läroboken ge förslag på hur läraren kan strukturera upp undervisningen, samt ge exempel på övningar och aktiviteter. Johansson menar att läroboken mer eller mindre ger en framställning av vad som anses vara matematik för elever, dess vårdnadshavare samt för lärarna.

I en rapport från Skolverket (2003) redogörs det att en god lärobok kan bidra till en positiv kunskapsutveckling i undervisningen, men det poängteras samtidigt att om användning av läromedel domineras helt i praktiken kan det leda till att elever tar avstånd från ämnet samt att undervisningen blir enformig. Vidare menar Skolverket att allt för många lärare tycker att läroboken styr allt för mycket i matematikundervisningen. Därefter lägger Skolverket vikt vid att "Lärare behöver också själva tolka målen för att kunna välja adekvata läromedel som stämmer överens med nationella mål och elevernas behov, och för att sortera och välja lämpliga uppgifter" (s.39).

I Johanssons (2003) avhandling framhålls det att läroböcker kan hämma elevernas utveckling och att lärarnas behov av att använda läroböcker har varit ett orosmoment. Läroboksförfattare har, till skillnad från lärare i undervisningen, inga direktiv kring att följa läroplanen vid utformning av läromedel. Det förutsätter dock att det inte har genomförts någon granskning av någon central myndighet. I många länder anses publicering av läromedel vara en del av den kommersiella marknaden, varpå design och framställning är avsedda för att ge en större utdelning på marknaden.

Det finns ett antal faktorer att beakta kring läroboken och dess påverkan i klassrummet, vilka Johansson (2006) betonar. I sin undersökning framlägger hon att en utveckling av tillgängliga läromedel vore fördelaktigt, men framhåller samtidigt att lärarna idag känner sig relativt trygga i sina didaktiska och matematiska kunskaper. Med de aspekterna i åtanke menar Johansson att lärarna inte ska behöva anförtro sig till matematikböckerna i lika stor utsträckning och lyfter betydelsen av att ge lärarna en medvetenhet om att läroboken inte alltid är det bästa redskapet i undervisningen. Lärarna behöver således inse materialets begränsning, men också vilken potential som det medför. Slutligen framhåller Johansson att lärarna inte måste utesluta matematikboken helt i undervisningen, eftersom det kan vara givande att nyttja de goda delarna av matematikboken.

Vidare har Löwing (2004) i sin avhandling visat att lärarnas problematik som uppstod i undervisningen inte grundade sig i läroboken. Problematiken var snarare en följd av lärarnas förhållningssätt till läroboken. Lärarna individualiserar undervisningen genom att eleverna fick arbeta med uppgifter i matematikböckerna på egen hand. Dock räknade eleverna samma uppgifter fast med olika hastigheter och tidsförskjutningar. Istället för att läraren skulle framstå som organisatör för elevernas lärande i undervisningen, stod läroboken för den rollen. Till följd av det fick inte eleverna någon möjlighet att utveckla en kunskapsstruktur som skulle vara givande för dem framöver.

Redan 1986 pågick diskussioner kring lärobokens roll i undervisningen, varpå Emanuelsson (1986) hävdar att det är omöjligt att undvika att använda läroboken som ett styrinstrument i undervisningen. Författaren menar att det borde finnas bättre förhållningsätt i relation till läromedlet, istället för att försöka utesluta läromedlet helt i undervisningen. Emanuelsson framhåller följande resonemang:

> Inte behöver man låta ett inplanerat gemensamt prov efter ett visst kapitel bestämma hur lång tid man ägnar ett givet moment, när man ser att en del elever inte har hunnit få nödvändiga kunskaper. Man måste lita mer till den egna kompetensen och se mera på elevernas arbete än på lärobokskursen. Och olika sätt att diagnostisera eleverna bör användas flitigare — så att elevernas inlärning styr tidsanvändningen bättre. Nog borde de kunskaper som finns om matematikundervisning kunna tas tillvara?
>
> (Emanuelsson, 1986, s. 87)

Ovanstående citat från Emanuelsson (1986) sammanfattar väl de resonemang som tidigare nämnda forskare framhäver.

Teoretiska utgångspunkter

För att kunna granska och analysera läroböcker och tillhörande lärarhandledningar kommer studiens teoretiska utgångspunkter att utgå från resonemang och tankar från Taflin (2007). Som tidigare nämnt har Taflin i sin avhandling undersökt olika forskares definitioner av rika matematiska problem och kommit fram till en egen definition för att karaktärisera de här. Eftersom hon har tagit hänsyn till olika forskares definitioner, blir Taflins beskrivning mer utvecklad. Således är det mer givande att följa hennes definition, än att redogöra för flera forskares definitioner och att därefter framlägga en sammanställning av deras förklaringar. En av de forskare som Taflin har inspirerats av, som ändå är värd att nämna, är Poyla (2003), som har framlagt en modell innehållande fyra faktorer för att angripa ett problem som han hävdar är av vikt vid problemlösning, vilka kommer framföras nedan:

1. Att förstå problemet
   - Innan individen angriper problemet måste han/hon förstå problemet. Han/hon måste undersöka vad som eftersöks och vad som är givet i problemet. Individen behöver även undersöka och dela upp problemets olika delar.
2. Att göra upp en plan
   - Vid den här faktorn ska individen undersöka olika samband med informationen som anges i problemet i relation till det obekanta. Liknar problemet ett problem som man har stött på tidigare och kan det i så fall vara till hjälp? Kan problemet omformuleras för att bli mer lätthanterligt?
3. Att genomföra planen
   - Medan individen angriper sin plan för lösningen ska han/hon kontrollera att det inte finns några felaktigheter i de olika stegen. Det vill säga att stegen är korrekta.
4. Att se tillbaka
   - Inom den här faktorn ska individen granska sin lösning. Han/hon ska kontrollera om resultatet överensstämmer med lösningsstrategin. Individen

ska även undersöka ifall lösningsstrategin eller resultatet kan vara användbart vid något annat problem.

Eftersom resultatet i den här studien utgår från Taflins (2007) kriterier som nämns i forskningsbakgrunden, kommer jag nedan att redogöra vad de olika kriterierna innefattar:

Problemet ska introducera till viktiga matematiska idéer
Taflin (2007) betonar att matematiska idéer innebär att eleverna kan uttrycka sin lösningsprocess genom att bland annat använda sig av konkreta material, rita bilder, mönster och använda sig av olika formler. Vidare framhåller Hagland, Hedrén och Taflin (2005) att eleven ska ges möjlighet till att använda sig av idéer och inspiration som han/hon till viss del har mött tidigare i matematiska sammanhang, men att problemet samtidigt ska medföra att eleven behöver använda sig av metoder och procedurer som är relativt okända.

Problemet ska vara lätt att förstå och alla ska ha en möjlighet att arbeta med det
Eleverna ska känna att de förstår uppgiften på ett sådant vis att de kan arbeta med det för att försöka lösa problemet. Vissa elever kanske endast kan lösa vissa steg av problemet och det är då av vikt att klassen har en gruppdiskussion, där de framför de olika stegen för att komma fram till ett lösningsförslag och ett resultat av uppgiften (Hagland, Hedrén och Taflin, 2005). Det är relativt individuellt att säga vilka uppgifter som eleverna förstår eller ej vilket medför att jag inte upplever det här kriteriet givande för min analys. Som författarna betonar ska varje elev kunna känna att de kan arbeta med problemet i sin helhet eller i en viss utsträckning. Men eftersom jag inte kommer att möta elever i en sådan interaktion kommer jag inte kunna få en förståelse ifall problemlösningsuppgifterna i elevernas matematikböcker uppfyller det här kriteriet.

Problemet ska upplevas som en utmaning, kräva ansträngning och tillåtas ta tid
För att det här kriteriet ska uppfyllas inom ett rikt problem, menar Hagland, Hedrén och Taflin, att problemet inte ska utgöras av en rutinuppgift där eleven inte behöver tänka för att lösa uppgiften. I den här studien kommer jag dock även bortse från det här kriteriet, eftersom Taflin (2007) menar att forskaren måste genomföra en utredning av en undervisningssituation för att undersöka om kriteriet uppfylls. Det här innebär att kriteriet endast kan fullföljas om det finns möjlighet att studera hur elever angriper problemlösningsuppgifter. Eftersom syftet med studien är att undersöka hur problemlösning konstrueras i matematikböcker och lärarhandledningar, är det således ej relevant att beakta det här kriteriet.

Problemet ska kunna lösas på flera olika sätt, med olika matematiska idéer och representationer
Det här kriteriet kan liknas vid det första kriteriet, varpå eleven ska kunna framlägga sin lösningsprocess genom olika uttrycksformer, som att beskriva med ord, rita, visa med konkret material samt med algebraiska/aritmetiska uttryck (Hagland, Hedrén och Taflin, 2005). Taflin (2007) belyser även att en elev som har kunskap kring det matematiska ämnet kan använda olika lösningsstrategier innehållande annorlunda representationsformer och matematiska idéer.

Problemet ska kunna initiera till matematiska resonemang utifrån elevernas skilda lösningar, ett resonemang som visar på olika matematiska idéer
Om problemet fordrar till olika uttrycksformer och strategier för att komma fram till en lösning genererar det till givande diskussioner kring lösningsprocessen i såväl helklass som i smågrupper (Hagland, Hedrén och Taflin 2005).

Problemet ska kunna fungera som brobyggare
Eftersom ett problem kan utgöras av olika strategier och uttrycksformer, medför det även att broar kan skapas mellan olika områden inom matematiken, som exempelvis ekvationsuttryck till funktionsuttryck (Taflin, 2007). Vidare kan problemet även utgöra en bro mellan olika lösningsstrategier, eller mellan en generell lösning och en specifik lösning.

Problemet ska kunna leda till att elever och lärare formulerar nya intressanta problem.
Genom att låta eleverna få skapa och formulera nya problem med utgångspunkt från befintligt problem, kan läraren få en bild av elevernas tankegångar samt hur de har uppfattat problemet. Om eleverna påvisar en god förmåga att skapa nya problem utifrån det befintliga, innebär det att kriteriet är uppfyllt.

Sammanfattningsvis kommer fem av Taflins sju kriterier ligga till grund för studiens resultat:

- Problemet ska introducera till viktiga matematiska idéer.
- Problemet ska kunna lösas på flera olika sätt, med olika matematiska idéer och representationer.
- Problemet ska kunna initiera till matematiska resonemang utifrån elevernas skilda lösningar, ett resonemang som visar på olika matematiska idéer.
- Problemet ska kunna fungera som brobyggare.
- Problemet ska kunna leda till att elever och lärare formulerar nya intressanta problem.

(Taflin, 2007, s. 11-12)

De fem kriterierna kommer inte omfattas i alla tre frågeställningar, utan varje frågeställning kommer att omfattas av ett eller flera kriterium.

Metod

I det här avsnittet kommer en beskrivning kring studiens metodval, litteratursökning och tillvägagångssätt framföras samt en redogörelse för vilka urval som legat till grund för granskning av läromedel. Vidare kommer såväl tankar kring reliabilitet, validitet och generaliserbarhet och etiska ställningstaganden att diskuteras och framföras.

Val av metod

Studien har genomförts genom en kvalitativ innehållsanalys. Boolsen Watt (2007) menar att en innehållsanalys används speciellt då syftet med studien är att analysera texter och dokument av olika slag. Esaiasson m.fl. (2007) framhåller viktiga aspekter om varför en kvalitativ analys kring innehållet av texter bör utföras, varav en är att innehållet som forskaren vill undersöka i texten ligger dolt under ytan. Det här innebär att forskaren måste granska texten genom djupgående läsning. Författarna menar att forskningsuppgiften är att lyfta fram och explicitgöra det väsentliga innehållet i texterna. Samtidigt betonar Widén (2015) att texter har betydelse för människans tillvaro, vilket medför att det påverkar människans sätt att tänka och handla. Med det i åtanke lägger författaren vikt vid att det är väsentligt att undersöka hur människan läser och förstår olika texter. Vidare redogör Esaiasson m.fl. (2007) att frågeställningarna som ställs till texterna framställs som byggstenar, varpå det blir ett analysredskap till studien. Även Widén (2015) menar att frågor är betydelsefulla och framhåller att ”Frågorna kan då liknas vid redskap eller verktyg för att kunna utföra ett hantverk. Väl formulerade frågor kan fungera som arbetsredskap av god kvalité […]” (s. 182)

Vid en kvantitativ innehållsanalys lägger forskaren istället mer vikt vid frekvenser och utrymme. Esaiasson m.fl. (2012) menar att det då undersöks hur frekvent och många gånger olika kategorier och företeelser förekommer och hur stort utrymme de olika aspekterna får. Det kan exempelvis handla om hur ofta ett visst begrepp eller företeelse omnämns i en text och hur stort utrymme det får i artiklar eller nyhetssammanhang. Den här formen av undersökning förekommer oftare inom politiskt kommunikationsforskning, varpå material som samlas in och granskas inhämtas primärt från tv, radio och press.

Utifrån studiens syfte och frågeställningar är det inte av vikt att undersöka hur många gånger en viss kategori förekommer. Därav utgick studien från en kvalitativ studie, eftersom jag ville lyfta fram och tydliggöra olika delar av innehållet som förekommer i matematikböcker och lärarhandledningar.

Litteratursökning

Sökning av tidigare forskning skedde genom olika databaser som ERIC, DIVA och Google Scholar. Samtliga ord; problemlösning, läromedelsgranskning, läromedelsgranskning matematik 4-6, problemlösning åk 4-6 har använts som sökord i de olika databaserna. Dock vid sökning av material i databasen ERIC översattes samtliga ord till engelska. Utöver de här orden genomfördes ytterligare sökningar på ERIC där sökorden var teaching materials examination, textbooks content, textbooks content mathematic, problem solving. Utifrån de här sökningarna erhölls avhandlingar och artiklar som har varit användbara för den här studien. Litteratursökningen har även medfört till läsning av inspirerande uppsatser. Förutom litteratursökningar i olika databaser har sökningar av litteratur skett på högskolans bibliotek för att erhålla ytterligare kunskap kring forskning och metodval.

Urval

Med tanke på att Lgr11 (Skolverket, 2011) trädde i kraft 2011 var en förutsättning för den här studien att de läromedel som ges möjlighet till att användas ska vara utformade utifrån Lgr11. Det ska dock tilläggas att Lgr11 är reviderad 2015, men det är ingen revidering som omfattar matematikområdet gällande problemlösning. Om så vore fallet hade det blivit svårare att genomföra en läromedelsgranskning, eftersom det finns ett begränsat antal verk på marknaden.

Vad gäller tillgängliga läromedel att granska, undersöktes först högskolans bibliotek. Dessvärre fanns det inga läromedel för årskurs 4-6 som var reviderade från Lgr11 (Skolverket, 2015). Därav kontaktades fyra olika förlag, varav tre var villiga att skicka grundböcker som används på höstterminen, med tillhörande lärarhandledningar. De olika förlagen som kunde bistå med läromedel ger ut två till tre läromedel vardera som utgår eller som är reviderade utifrån Lgr11. Två av förlagen ger dessutom ut läromedel som är utgivna tidigare än 2011 men de är, som nämnts ovan, inte relevanta för den här studien. Eftersom jag fick möjlighet att använda mig av grundböcker som används på hösten med tillhörande lärarhandledningar för årskurs 4-6, bestämde jag mig för att undersöka ett läromedel från respektive förlag. Det här beror dels på att de 10 veckor som arbetet skulle genomföras på inte var tillräckliga för att undersöka ytterligare läromedel, samt att förlagen inte kunde erbjuda mig fler matematikböcker och lärarhandledningar.

Läromedel som har undersökts i studien

Läroböcker	Förlag	Utgivningsår	Författare
Matteborgen 4A-6A	Sanoma	2011-2012	Carlsson, Falck, Liljegren, & Picetti
Mattespanarna 4A-6A	Liber	2011-2013	Hernvald, Kryger & Persson
Mattegruvan 4A-6A	Gleerups	2010-2013	Svensson & Östergren

Ovanstående tabell redogör för de läromedel som har granskats utifrån en innehållsanalys i den här studien. Det ska dock beaktas att ett av läromedlen som presenteras i tabellen ovan har en matematikbok som är utformad under 2010, men författarna betonar i deras material att läromedlet utgår från Lgr11(Skolverket, 2011).

Reliabilitet, validitet och generaliserbarhet

För att kunna få hög tillförlitlighet och reliabilitet i den här studien, genomfördes läromedelsgranskningen med hjälp av avsnittet som omfattar teoretiska utgångspunkter. Larsen (2009) framhåller att reliabilitet visar om studien är tillförlitlig och att studieprocessen ska genomsyras av noggrannhet. Vidare betonar författaren att reliabiliteten i en studie kan testas genom att fler forskare utför samma undersökning, för att således kunna fastställa om resultaten blir likvärdiga. Om så är fallet visar studien på en hög reliabilitet. I den här studien fanns det inte möjlighet till att låta andra forskare ta del av studien och genomföra samma undersökning, eftersom tiden var otillräcklig. Därav är det omöjligt att uppnå fullständig tillförlitlighet.

Trost och Stukát (2010, 2011) framhåller att begreppet validitet syftar till om forskaren utifrån den metod han eller hon har valt, mäter det som har till avsikt att mätas i studien. Med andra ord kan forskaren fundera på om metoden är anpassad till den givna forskningsfrågan. Utifrån mitt metodval kan jag med hänsyn till studiens resultat konstatera att jag har mätt det som var till avsikt att mätas i studien, varpå studiens validitet är god.

Vidare vad gäller generaliserbarhet, menar Stukát (2011) att forskaren måste fundera och resonera kring vem resultatet gäller för i studien. I det här fallet är det endast de undersökta läroböckerna och tillhörande lärarhandledningar som resultatet utgår från, eftersom böckernas innehåll struktureras olika beroende på vem som har skrivit dem. Till följd av det här kan jag inte generalisera att resultatet är likvärdigt för de böcker jag inte har undersökt, som finns tillgängliga på marknaden.

Bearbetning av materialet från läromedel och lärarhandledningar

Innan bearbetningen av materialet kunde påbörjas behövde jag få tillgång till olika läromedel. Jag kontaktade olika förlag via mail och telefon, varpå jag förklarade syftet med min studie. Tre förlag var villiga att bistå mig med grundböcker samt med tillhörande lärarhandledningar, som används på höstterminen för årskurs 4-6.

Vad gäller bearbetning av materialet jag samlade in, använde jag mig av en analysmetod som Larsen (2009) framhåller som lämplig vid en innehållsanalys. Författaren menar att syftet med en sådan analys är att identifiera likheter eller skillnader, mönster och samband. Följande punkter framhåller författaren som användbara vid analys av texters innehåll:

1 Insamling av data som görs om till texter
2 Kodning av texterna
3 Indelning av koderna i teman eller kategorier
4 Sortering av datamaterialet enligt dessa kategorier
5 Granskning av datamaterialet som kan leda till meningsfulla mönster eller processer som identifieras
6 Identifierade mönster utvärderas mot existerande forskning och teorier

(Larsen, 2009 s.101-102)

Genom att använda analysmetoden som Larsen (2009) exemplifierar, kunde jag strukturera upp analysen med hjälp av studiens teoretiska utgångspunkter.

Etiska principer

I den här studien lades det ingen vikt vid etiska principer gällande samtyckeskravet, konfidentialitetskravet, nyttjandekravet och informationskravet, eftersom ingen observation eller intervju genomfördes samt för att läromedel är offentliga handlingar. Däremot beaktades studien på ett sådant sätt att plagiering inte skulle förekomma vad gäller studien generellt, men också kring de exempel som framläggs i resultatet. I Vetenskapsrådet (2011) redogörs det för vad plagiat innebär, vilket beskrivs som att forskaren kopierar textavsnitt, data, resultat och idéer från en annan upphovsman. Om en forskare framställer en forskningsstudie på ett sådant sätt där han eller hon ej anger var idéer, data, textavsnitt och resultat är hämtade ifrån, medför det att studien presenteras på ett sätt som är oetiskt. Stukát (2011) framhåller dock att skillnaden mellan egna idéer och plagiat kan vara en hårfin linje. Därav hävdar författaren att det är av stor vikt att forskaren tydliggör vem som äger texten.

Resultat

I följande avsnitt kommer först en beskrivning av de olika matematikböckerna och tillhörande lärarhandledningar att framföras. Därefter kommer en redovisning av studiens analys att föras fram utifrån Taflins (2015) fem kriterier och studiens frågeställningar:

1. Hur skrivs problemlösning fram i elevernas matematikuppgifter?
2. På vilka sätt erbjuds eleverna att arbeta med olika representationsformer i matematikböckerna i förhållande till problemlösningsuppgifter?
3. Hur förklaras problemlösning och förhållningssätt kring problemlösning i lärarhandledningarna?

Presentation av matematikböckerna och lärarhandledningarna

Nedan kommer Mattespanarna, Mattegruvan och Matteborgen med tillhörande lärarhandledningar att beskrivas, vilka är de läromedel som har erhållits från tre olika förlag. Som nämnt i metodavsnittet utgår studien från att endast undersöka grundböcker av typen A med tillhörande lärarhandledningar, varpå presentationen kommer att utgå från de här.

Mattespanarna med tillhörande lärarhandledningar

Författarna till Mattespanarna framhåller i sina lärarhandledningar för årskurs 4, 5 och 6 att ambitionen med deras läromedel är att det ska vara en guldgruva för läraren (Hernvald m.fl., 2011, 2012, 2013). Med det resonemanget menar författarna att läraren erhåller ett rikligt underlag för arbete med problemlösning. Antal uppgifter i Mattespanarna är få till antalet, men författarna framhåller i lärarhandledningarna att det beror på att läraren istället ska kunna fokusera på förståelsen för att ge eleverna möjlighet att känna sig trygga med deras strategier. Författarna till Mattespanarna har valt att lyfta fram problemlösningsuppgifterna genom att benämna dem som klurigheter och utmaningar. Klurigheterna kan lösas genom olika strategier och vid uppgifter benämnda som utmaningar ges eleverna möjlighet till att:

- Göra praktiska aktiviteter som att gissa och mäta olika föremål.
- Rita, beskriva eller fundera över olika begrepp som t.ex. area eller bråk.
- Rita och fundera över olika matematiska modeller eller bilder som t.ex. tallinjen.
- Pröva och söka själv efter matematiska samband, som t.ex. jämna och udda tal.

(Hervald m.fl., 2011, 2012, s.8, 2013, s.9)

Elevernas matematikböcker

I elevboken Mattespanarna för årskurs 4, 5 och 6 lyfts problemlösningsuppgifter fram i inledningen under avsnittet ”Så här fungerar Mattespanarna”. De förklarar på ett tydligt sätt med bilder och text för att klargöra var problemlösningsuppgifterna kommer att förekomma i elevböckerna. Författarna skriver ”För att du ska bli en duktig problemlösare vill vi”:

- Göra det roligt för dig att öva
- Ge olika knep för hur du kan tänka
- Erbjuda lagom svåra uppgifter

(Hervald m.fl, 2011, 2012, 2013, s.4)

Uppgifterna för årskurs 4-6 presenteras på ett likartat sätt för att eleven tydligt ska kunna se och följa mönster från tidigare böcker i samma serie. Vid varje nytt kapitel introduceras ett spanaruppdrag ur en tillhörande skönlitterär bok med inslag av matematisk problemlösning. Tillsammans med klassen får eleverna en klurighet som de ska lösa. Eleverna får en stencil där de ska visa sin lösning, varpå de sedan ska delas in i grupper för att därefter redogöra för en lösning i gruppen. Sedan ska de undersöka om någon annan grupp har ett givande lösningsförslag, för att kunna jämföra likheter och skillnader.

I Mattespanarna för årskurs 4 och 5 introduceras eleverna relativt tidigt för fyra frågor, som är användbara vid problemlösning och som de bör lära sig. Eleverna ska först fundera på vad de redan vet om problemet. För det andra ska de undersöka vad det är de ska ta reda på, för att sedan reflektera över tillvägagångssättet för att lösa problemet. Den sista och fjärde frågan innebär att eleverna ska fundera över om deras svar är rimligt. De här fyra frågorna dyker upp vid ett flertal tillfällen i boken. Frågorna förekommer även på ett fåtal ställen i Mattespanarna för årskurs 6.

Vid de uppgifter som definieras som problemlösningsuppgifter använder författarna sig av två symboler som benämns som klurigheten och utmaningen, vilket tidigare har belysts. Det här hjälper eleverna att få en klarare bild av vilka uppgifter som är av problemlösningskaraktär. Symbolerna klurigheten och utmaningen genomsyras i alla de tre matematikböckerna. Vidare, i slutet av varje matematikbok för respektive årskurs, finns det ett avsnitt med ytterligare klurigheter som utgår från problemlösning. Författarna menar att eleverna i par eller grupp kan arbeta med de här klurigheterna om det finns tid över eller man vill jobba lite extra med problemlösning.

I den första matematikboken för *årskurs 4* förespråkas det vid vissa tillfällen att eleverna ska rita en bild i lösningsprocessen, men det är främst i lärarhandledningen som läraren får information om vilka uttrycksformer som eleverna bör använda sig av vid problemlösningsuppgifter. De här kan exempelvis innebära att de ska rita tabeller och/eller figurer för att komma fram till en lösning. Hos några av utmaningsuppgifterna ges eleverna även möjlighet att förklara lösningsprocessen.

Boken för *årskurs 5* anger däremot inte, vid uppgifter av problemkaraktär, några uttrycksformer som eleverna kan använda sig av i sin lösningsprocess. Det ges heller inte några förslag på de här i lärarhandledningen. Istället konkretiseras de fyra frågorna, i både matematikboken och lärarhandledningen, som eleverna bör tänka på. Det vill säga vad eleverna vet om problemet, vad de ska ta reda på, hur de ska angripa problemet samt att de ska fundera på om deras svar är rimligt.

Mattespanarnas bok för *årskurs 6* introducerar olika uttrycksformer, eller strategier som författarna förklarar det, som eleverna ska kunna använda vid problemlösningsuppgifter. Vid uppgifter som utgörs av problem framhävs det olika förslag på strategier som eleverna kan använda sig av i sin lösningsprocess, som tänka logiskt och räkna, pröva sig fram, förenkla uppgiften, räkna bakifrån och rita en bild. Vid vissa utmaningsuppgifter ska eleverna även förklara hur de tänker när de löser problemet.

Lärarhandledningar

I alla tre lärarhandledningar för Mattespanarna åk 4, 5 och 6 framhåller Hernvald m.fl. (2011, 2012, 2013) arbete med gemensam problemlösning. Det här innebär att läraren tillsammans med eleverna diskuterar matematik för att vidga elevernas förståelse. Författarna menar att genom det här erhåller eleverna kunskap om att det finns olika slags lösningsstrategier vid problemlösning. Enligt handledningarna ska läraren regelbundet låta eleverna reflektera över olika sätt att lösa uppgifter, för att de ska utveckla effektiva strategier. Det här medför sålunda att eleverna ska få en vana att analysera sina lösningsprocesser.

I lärarhandledningarna för årskurs 4 och 5 ges det bland annat tips på konkret material som kan vara bra att ha tillhands i klassrummet. Det ges även förslag på ”mattehyllor” och ”matteládor”, där eleverna kan gå och hämta material som kan vara användbara vid olika uppgifter.

Lärarhandledningarna förklarar inte generellt vad problemlösning innebär, men belyser istället olika strategier som är användbara vid lösning av problem. Däremot utgår de från vad Lgr11 (Skolverket, 2015) säger gällande matematiska problem. Författarna framlägger strategier som att rita en bild för att visualisera problemet eller att gissa och pröva sig fram för att komma fram till en lösning. De betonar även att eleverna kan skapa en tabell för att hitta en struktur som ska hjälpa dem att lättare förstå hur de ska gå till väga. En annan lösningsstrategi är att eleverna ska finna ett mönster i problemet för att utifrån det här kunna lösa uppgiften. Ytterligare en lösningsstrategi är att eleverna börjar med liknande och enklare problem, för att därefter kunna välja angreppssätt. I lärarhandledningen för årskurs 6 bortser författarna dock från att upptäcka mönster som en strategi för problemlösning, men tillägger samtidigt en metod som innebär att arbeta bakifrån. Att använda den strategin kan ibland upplevas lättare, eftersom eleven börjar med den information som gavs sist i texten.

Lärarhandledningarna beskriver vid varje nytt kapitel vilka mål som kommer uppfyllas under kapitlets gång. De belyser även att utöver de klurigheter och utmaningar som existerar i varje kapitel, finns det ytterligare uppgifter som klassas som problemlösningsuppgifter.

Mattespanarna är uppbyggda på det sättet att eleverna ska uppmanas att lösa problem. Problemlösning och problemlösningsområden genomsyras i upplägget av elevböckerna.

Mattegruvan med tillhörande lärarhandledningar

Mattegruvan består av tre matematikböcker, *Kopparspiran för årskurs 4, Silverspiran för årskurs 5 och Guldspiran för årskurs 6.* Till grundböckerna finns tillhörande lärarhandledningar som betonar matematiska strategier, vilka ligger till grund för såväl en god räknefärdighet och problemlösningsförmåga (Svensson & Östergren, 2010,2012,2013). Enligt författarna till matematikböckerna Kopparspiran och Silverspiran behandlas systematiskt tillvägagångssätt för huvudräkningsstrategier och problemlösningsstrategier. Elevens eget tänkande ska utvecklas genom olika övningar där eleven får utföra jämförelser mellan olika strategier. Det här medför att eleven får öva på att bedöma värdet av lämpliga strategier och kunna föra ett logiskt resonemang. I Guldspirans handledning betonas däremot ett annorlunda tillvägagångsätt i förhållande till de tidigare böckerna. I Guldspiran blandas olika problemlösningsstrategier och genom det här kan eleven utveckla sin förmåga att välja en lämplig strategi, för att kunna visa att eleven kan behärska den i relation till problemet (Svensson & Östergren). Handledningen påvisar att det är av vikt med genomtänkta strategier för att lägga en grund till räknefärdighet och problemlösningsförmåga. Enligt lärarhandledningen till Guldspiran ska eleverna också ges möjlighet att kunna formulera egna problem och uppgifter.

Elevernas matematikböcker

I Mattegruvans elevböcker för årskurs 4-6 anges inte problemlösning som rubrik i innehållsförteckningarna. Det finns heller inga förklaringar till varken böckernas upplägg eller hur problemlösning framställs. Vid varje nytt kapitel tydliggörs däremot vilka mål eleverna kommer arbeta med utifrån Lgr11 (Skolverket, 2015). Dock omnämns inga mål som innefattar problemlösningsförmågan. För att klargöra om det är problemlösningsuppgifter som behandlas, behöver eleven titta intill sidnumret efter texten ”problemlösning”. Det finns inget mer förtydligande som påvisar att det är just problemlösning som de arbetar med vid de aktuella sidorna. I alla de tre böckerna är den här strukturen likvärdig, det vill säga att skriva problemlösning längst ner vid sidan. Det finns böcker att köpa till som innehåller kluringar, men det är inget som omnämns i elevboken.

Koppargruvans grundbok anger inga uttrycksformer som eleverna kan använda sig av i lösningsprocessen, däremot omnämns det kontinuerligt i lärarhandledningen. I *Silverspirans* grundbok ges eleverna möjlighet att rita lösningar till tre uppgifter, varpå problemlösningssidan avslutas med att eleverna får möjlighet att formulera en egen uppgift. Utöver det här är det inga uppgifter i boken som inbjuder eleverna eller ger en antydan om att de ska använda sig av olika uttrycksformer. *Guldspirans* innehåll vad gäller uttrycksformer erbjuder inte, jämfört med Silverspiran, eleverna att rita lösningar till problem eller formulera egna problem.

Lärarhandledningar

I Mattegruvans lärarhandledningar anges ingen förklaring eller definition till vad problemlösning betyder, men däremot belyser de utifrån Lgr11 (Skolverket, 2015) vilka mål eleverna ska uppnå gällande problemlösning. Lärarhandledningarna ger även exempel på hur läraren ska tänka vid varje problemlösningsuppgift som finns i elevernas matematikböcker.

Det beskrivs vad uppgiften har för mål och vilka material samt uttrycksformer som kan vara användbara för eleverna.

I Kopparspirans och Silverspirans lärarhandelningar upptas exempel på arbete med gemensam aktivitet, där handledningarna menar att varje matematiklektion kan starta med en samlingsstund med ett matematiskt innehåll. Lärarhandledningarna ger exempel på matematiska idéer som att använda något som är aktuellt, exempelvis nyhetsflöden och dagstidningar, vilka ofta innefattar siffror och bilder. Genom att diskutera i helklass ges eleverna möjlighet att få en större förståelse om att matematik finns runt omkring oss i vår vardag och inte bara i matematikboken.

För årskurs 6 däremot, läggs det vikt vid att matematiklektionen alltid bör starta med en samlingsstund. Det ges exempel på huvudräkning med olika strategier eller problem med anknytning till det området klassen arbetar med för tillfället, utifrån sifferunderlag från dagstidningar eller dylikt. Problem ska först genomföras enskilt och därefter ska eleverna jämföra sina lösningar i par, varpå lärarens roll är att gå runt i klassrummet för att skapa sig en bild av elevernas olika lösningsstrategier. Vid samlingsstundens slut redogör grupperna för sina olika lösningar i helklass. Vid den gemensamma klassgenomgången bör läraren reflektera tillsammans med eleverna kring olika lösningars för- och nackdelar, där eleverna ges möjlighet att föra matematiska resonemang, förklara och argumentera. Eleverna får då ett vidgat perspektiv om att det finns olika vägar för att nå fram till en lösning. Vidare framhävs det även, i likhet med Kopparspiran och Silverspiran, förslag på material som kan vara användbara vid genomförandet av uppgiften. Det framförs också beskrivningar på hur läraren kan introducera uppgifter och tips på hur han/hon kan låta eleverna angripa uppgifterna, antigen själv, tillsammans eller i helklass. Det anges likaså exempel på uttrycksformer och lösningsstrategier som är användbara i lösningsprocessen. I slutet av lärarhandledningarna finns det problemlösningsuppgifter som ska lösas i gruppinteraktion. Det finns två olika nivåer med fem problem vardera och som i sin tur innehåller fyra ledtrådar.

I lärarhandledningen för Guldspiran (för årskurs 6) anges det även hur författarna tänker kring bedömning och betyg. Vad gäller problemlösning påvisar författarna att varje kapitel avslutas med en sida som omfattar problemlösning. Utifrån elevernas erhållna kunskaper från Kopparspiran och Silverspiran, rörande problemlösningsstrategier, ska de i Guldspiran kunna välja en lämplig strategi i förhållande till problemet. Det ges även ytterligare förslag på uppgifter som anses vara av problemlösningskaraktär i lärarhandledningen. Det läggs även vikt vid att eleverna ska få ta del av återkoppling och bedömning i undervisningen, varpå eleverna ska ges möjlighet att kunna förklara sina uppfattningar till matematik och kunna kommunicera med ett matematiskt förhållningssätt. Eleverna ska kunna ge argumentationer, förklara, ställa frågor och utveckla sin förmåga att dra slutsatser. Författarna belyser även att varje kapitel inleds med de mål eleverna ska sträva efter enligt Lgr11 (Skolverket, 2015), vilket även Kopparspiran och Silverspiran innefattar. Målen är omformulerade på ett elevnära sätt, för öka medvetenheten hos dem för att de lättare ska förstå vad de förväntas göra och vad som kommer bedömas. I Guldspirans lärarhandledning framläggs dessutom olika typer av bedömning, som bedömning av egna lösningar, muntliga prov, skriftliga prov, självskattning före ett avsnitt, bedömning av kamraters lösningar med mera. Det påvisas även att eleverna kan använda sig av en problemlösningsrapport, vilket skapar ett bedömningsunderlag för läraren. Genom att eleverna skriftligt får förklara vilken uppgift de behandlar i matematikboken och hur de har gått tillväga, kan läraren skapa sig en uppfattning om elevens kunskapsnivå. Rapporten ger även eleverna möjlighet att diskutera sina lösningsförslag sinsemellan, varpå de kan undersöka om en slutsats kan dras angående problemet. Slutligen ska de själva formulera ett liknande problem.

Matteborgen med tillhörande lärarhandledningar

Falck och Picetti (2011, 2012) samt Carlsson (2012) framhåller att deras läromedel är uppbyggda på ett strukturerat sätt, för att underlätta arbetet för lärare och lärandet för elever. Enligt författarna ska eleverna stegvis få möjlighet att utveckla de områden som Lgr11 (Skolverket, 2015) redogör för. Den sociala interaktionen är av vikt vid arbete med Matteborgen, där eleverna ska ges möjlighet att utveckla sitt resonemang kring olika strategier och matematiska moment.

Matteborgen är uppbyggd av olika delmoment, varpå kapitlen inleds med en samtalsbild med tillhörande frågor. Enligt författarna ska det här skapa en utgångspunkt för matematiska resonemang, som introduktion till de områden som ska tas upp i kapitlet. Eleverna börjar sin matematiska resa vid Borggården, där de ska utveckla matematiska områden utifrån kapitlets mål. Efter Borggården ska eleverna genomföra en diagnos för att läraren ska kunna se om eleverna besitter kunskap angående de aktuella målen. Om diagnosen visar goda resultat kan eleverna gå vidare till Tornet. Inom den här delen av boken får de fördjupa och vidga sina matematiska kunskaper inom de berörda momenten som kapitlet omfattar. Har elever däremot haft svårigheter med diagnosen, får de träna vidare på uppgifter likt dem från Borggården för att utveckla sin förståelse. Vidare finns det delmoment som benämns som ”Arbeta tillsammans” och ”Sant eller falskt”. Ytterligare ett delmoment som finns med i Matteborgens alla kapitel är ”Sammanfattning”. Inom det här momentet ska eleverna utvärdera hur de har upplevt kapitlets olika uppgifter, vilket ger tillfälle för reflektion och ytterligare en kontroll för läraren samt eleverna huruvida de har uppnått önskad kunskapsnivå. Till sist kommer momentet ”Utmaningen”, där eleverna får möjlighet att arbeta med uppgifter som är av problemlösningskaraktär.

Elevböcker

Matteborgen inbjuder eleverna till att arbeta med matematik genom att välkomna dem till läromedlet, samt förklara hur Matteborgen fungerar. Tanken med matematikböckerna är att eleverna ska arbeta med fyra till fem delmoment i varje kapitel innan de kommer till det som författarna kallar för ”Utmaningen”. I det här avsnittet får de arbeta med problemlösningsuppgifter som är kopplat till de delmoment som eleverna tidigare arbetat med. Det här upplägget förekommer i matematikböckerna för såväl årskurs 4 till årskurs 6.

I grundböckerna omnämns inte problemlösning i innehållsförteckningarna, utan det kallas som tidigare nämnt för ”Utmaningen”. I det här avsnittet framgår det relativt otydligt för eleverna att det är problemlösning som behandlas. I grundboken för årskurs 4 klargörs det dock att eleverna ska arbeta med problemlösning på två ställen i matematikboken. Ett av dem är under rubriken mål i ett kapitel där eleverna ska arbeta med addition och subtraktion kopplat till problemlösning, varav det andra är två sidor med rubriken problemlösning. I likhet med det här omnämns ett antal sidor både i grundboken för årskurs 5 och 6 som problemlösning.

I boken för *årskurs 4* under rubriken problemlösning beskrivs en problemlösningsstrategi. För det första ska eleverna ta reda på vad de vet om det aktuella problemet, för att därefter undersöka vilket räknesätt de kan använda. Vidare ska de utföra beräkningen och slutligen, ska de fundera på om svaret är rimligt. På de uppgifter som klassas som ”Utmaningar” anges inte förslag på uttrycksformer som elever kan tillämpa, exempelvis som att använda sig av konkret material och rita bilder. Det omnämns dessutom inte i varken problemlösningsuppgifterna eller i ”Utmaningarna” att eleverna ska skapa egna uppgifter av problemkaraktär.

Eleverna får i grundboken för *årskurs 5* till sig att de arbetar specifikt med problemlösningsuppgifter i ett av de fem kapitlen. Dock tydliggörs det tämligen vagt i de mål som kapitlet framför på första kapitelsidan. Kapitlet belyser två strategier som är användbara vid arbete med problemuppgifter, där den första strategin innebär att eleverna ska rita en bild för att få fram ett resultat. I den andra strategin ska eleverna pröva sig fram i sin lösningsprocess för att komma fram till ett resultat. Vad gäller ”Utmaningarna” i den här boken finns det endast en uppgift av den här karaktären, vilken erbjuder eleverna att använda sig av uttrycksformen rita en bild. Utöver det här omnämns inga andra uttrycksformer. Eleverna ges heller ingen möjlighet att formulera och skapa egna problem.

Matteborgen för *årskurs 6* benämner inga specifika sidor som problemlösning, utan det här framkommer endast vid det författarna benämner ”Utmaningarna”. Vid de här avsnitten erbjuds eleverna att använda sig av uttrycksformen rita bilder, för att på sätt komma fram till en lösning. Vid några få uppgifter tilldelas eleverna även information om att de kan formulera ett likande problem utifrån befintlig uppgift, för att sedan låta en kamrat genomföra den.

Lärarhandledningar

I Matteborgens lärarhandledningar är upplägget likvärdigt när det kommer till problemlösning gällande de tre grundböckerna. Författarna framhåller ingen förklaring om vad problemlösning innebär. Det framgår otydligt att Matteborgen utgår från kunskapskrav i Lgr11 (Skolverket, 2015) vad gäller alla områden i matematiken, eftersom de endast lyfter det centrala innehållet som kunskapsöversyn i lärarhandledningen.

De elever som klarat diagnosen vid varje kapitel kan enligt lärarhandledningarna gå direkt till Tornet, varpå författarna belyser att det är här och i ”Utmaningarna” som eleverna framförallt kommer i kontakt med problemlösning. De betonar att eleverna här kan arbeta i par eller grupp. Som sista moment i varje kapitel, vilka benämns ”Utmaningarna”, beskriver författarna att eleverna får arbeta med olika problemlösningsuppgifter som bygger på kunskap från tidigare delmoment. I de tre lärarhandledningarna belyses vikten av social interaktion för att kunna utveckla resonemang till lösningarna. Vid vissa uppgifter av problemkaraktär framhävs det i handledningarna att eleverna stegvis behöver komma fram till flera olika lösningar. Författarna ser även de här uppgifterna som möjliga extra uppgifter för elever med god kunskap inom området. Ytterligare belyser de möjligheten att lyfta och diskutera olika problemlösningsuppgifter i helklass.

Vid de uppslag i elevernas matematikböcker som påvisar arbete med problemlösning samt i avsnitten ”Utmaningarna”, framläggs det i lärarhandledningarna hur läraren ska introducera eleverna till olika strategier som bör användas i lösningsprocessen. Likaså får läraren hjälp och tips på konkreta material och tillvägagångssätt som kan vara användbara vid olika problemlösningsuppgifter. Dock omnämns inte hur elever och lärare kan tänka vid de problemlösningsuppgifter som innefattas i delmomentet ”Tornet”.

Problemlösning i elevernas matematikböcker

Nedan kommer en analys utifrån den första frågeställningen, underbyggt av Taflins (2007) kriterier, att redovisas. Det innebär att jag kommer presentera hur de tre olika läromedlen skriver fram problemlösning i elevernas matematikuppgifter.

Mattespanarna

Mattespanarna påvisar inte i alla problemlösningsuppgifter i elevböckerna att problemet ska ge upphov till matematiska idéer, där eleverna kan uttrycka sin lösning genom olika konkreta material. Däremot vid enstaka uppgifter får eleverna möjlighet att antingen förklara lösningsprocessen med ord eller genom att illustrera bilder. Uppgifterna är upplagda genom att eleverna till en viss del får arbeta med metoder som de tidigare har behandlat, men att eleverna därefter utmanas i att tänka i nya perspektiv för att finna en bra strategi för lösningsprocessen. Vid de uppgifter där eleverna får arbeta i par, i de så kallade utmaningarna, ges eleverna i många fall möjlighet att resonera och förklara. Det här innebär att ett mönster genomsyrar Mattespanarnas grundböcker för årskurs 4 – 6. Därav kan det konstateras att Taflins (2007) kriterier ”*Problemet ska introducera till viktiga matematiska idéer”* och ”*Problemet ska kunna initiera till matematiska resonemang utifrån elevernas skilda lösningar, ett resonemang som visar på olika matematiska idéer*” inte uppfylls i varje specifik uppgift, men däremot genomsyras kriterierna i sin helhet i alla de tre grundböckerna. Många av de problemlösningsuppgifter som framläggs i Mattespanarnas tre grundböcker uppfyller även kriteriet ”*Problemet ska kunna fungera som brobyggare”.* Taflin (2007) menar att ett problem kan utgöras av en bro mellan olika strategier för en lösning, vilket i den här analysen påvisas genom att eleverna bland annat får arbeta med områden som både bråk och procent för att få fram ett resultat.

Mattegruvan

Vad gäller Mattegruvan är det endast i Silverspiran som eleverna ges möjlighet att använda sig av uttrycksformer, som att rita bilder vid problemuppgifter. Det ska dock tillägas att det endast är tre uppgifter som erbjuder den här uttrycksformen. Problemlösningsuppgifterna som har konstruerats i elevernas böcker är uppbyggda utifrån procedurer och metoder som är tämligen okända för eleverna, samtidigt som det i uppgifterna framgår att eleven bör använda sig av tidigare erfarenheter. Med det här resonemanget i åtanke och med bakgrund av Taflins kriterier, kan det delvis konstateras att kriteriet ”*Problemet ska introducera till viktiga matematiska idéer”* uppfylls. Vidare inbjuder inte problemuppgifterna till arbete i par eller i andra gruppinstallationer för utvecklande diskussioner kring förmågor som omfattar problemlösning, varpå ”*Problemet ska kunna initiera till matematiska resonemang utifrån elevernas skilda lösningar, ett resonemang som visar på olika matematiska idéer.”- kriteriet* inte uppfylls i elevernas problemlösningsuppgifter. Likt Mattespanarna uppfyller många problemlösningsuppgifter kriteriet ”*Problemet ska kunna fungera som brobyggare”,* men inte i lika stor utsträckning som uppgifterna i Mattespanarna. Det här beror på att eleverna endast behöver använda sig av en räknemetod i majoriteten av problemlösningsuppgifterna. Jag kan däremot se en progression vad gäller det här kriteriet, då det uppfylls i större utstäckning i Guldspiran än Kopparspiran.

Matteborgen

I Matteborgens elevböcker erbjuds eleverna att arbeta med konkret material i en del uppgifter, samt att elevboken för årskurs 4 och 5 introducerar tre olika strategier/uttrycksformer som de kan använda sig av i problemlösning. Uppgifterna är uppbyggda genom att de följer en projektion vad gäller svårighetgrad, varpå eleverna får ta hjälp av tidigare kunskap samtidigt som de utmanas med okända procedurer. Det här påvisar att Taflins (2007) kriterium att ”*Problemet ska introducera till viktiga matematiska idéer”* generellt uppfylls i uppgifter av problemkaraktär. Dock låter endast en minoritet av uppgifterna eleverna få diskutera och resonera i par i förhållande till problemlösningsuppgiften. Det här medför att kriteriet ”*Problemet ska kunna initiera till matematiska resonemang utifrån elevernas skilda* *lösningar, ett resonemang som visar på olika matematiska idéer*" inte uppfylls, eftersom ingen av problemlösningsuppgifterna leder till diskussion i helklass. Vad gäller kriteriet *"Problemet ska kunna fungera som brobyggare*", som främst Mattespanarna men även Mattegruvan uppfyller i sin helhet, är det en stor del av problemlösningsuppgifterna som likaså uppfyller det här kriteriet i Matteborgen. Eleverna får möjlighet att bland annat omvandla procent till bråkuttryck.

Representationsformer i elevernas problemlösningsuppgifter

Nedan följer en analys, som i likhet med föregående avsnitt är underbyggd av Taflins (2007) kriterier, angående den andra frågeställningen i arbetet. Jag kommer framföra vilka representationsformer som erbjuds i elevernas matematikuppgifter kopplat till problemlösning.

Mattespanarna

Vad gäller elevernas möjlighet att få använda sig av olika representationsformer i Mattespanarna, vid arbete med problemlösning, kan kriteriet som Taflin (2007) benämner "*Problemet ska introducera till viktiga matematiska idéer"* hänföras till här området. Som nämnts ovan ges eleverna inte möjlighet eller inspiration till att använda sig av olika representationsformer i alla problemlösningsuppgifter och eleverna ges även ingen möjlighet att använda olika representationsformer på en och samma problemlösningsuppgift. I sin helhet uppfylls dock det här kriteriet till viss del i Mattespanarna, eftersom eleverna i vissa uppgifter får information om att de ska rita en bild till lösningsprocessen alternativt att de ska resonera och diskutera kring den. Enligt vad jag kan se i Mattespanarna, finns det inte någon uppgift som innefattar att eleverna ska formulera egna problem utifrån tidigare problemlösningsuppgifter. Det innebär att Taflins kriterium, " *Problemet ska kunna leda till att elever och lärare formulerar nya intressanta problem",* inte upptas i någon av Mattespanarnas grundböcker.

Mattegruvan

I likhet med Mattespanarna, erbjuds eleverna i Mattegruvans grundböcker bristfällig inspiration till att uttrycka sig genom olika representationsformer. Exempelvis anger endast tre uppgifter att eleverna ska illustrera sina lösningar. Till skillnad från Mattespanarna som till viss del uppfyller kriteriet "*Problemet ska introducera till viktiga matematiska idéer"*, uppfylls inte det här kriteriet i Mattgruvans uppgifter. Vidare framställs endast en problemuppgift som ska leda till nya problem hos eleverna i ett avsnitt i Mattegruvans bok Silverspiran. Därav uppfylls inte kriteriet *Problemet ska kunna leda till att elever och lärare formulerar nya intressanta problem"* i sin helhet.

Matteborgen

Vad gäller Matteborgen framkommer det vissa uppgifter av problemlösningskaraktär där eleverna erbjuds använda sig av två olika uttrycksformer. De här innefattar att rita bilder samt förklara med ord sina tankar och sitt tillvägagångssätt. Dock sker inte det här i någon större utsträckning, varpå Matteborgens problemlösningsuppgifter inte uppfyller, likt uppgifterna i Mattespanarna och Mattegruvan, Taflins kriterium "*Problemet ska introducera till viktiga matematiska idéer"* i varje problemlösningsuppgift. Däremot erbjuds eleverna i Matteborgen, i jämförelse med Mattespanarna och Mattegruvan, att formulera och lösa egna problem, även om det sker i en relativt liten omfattning. Därav kan det konstateras att kriteriet " *Problemet ska kunna leda till att elever och lärare formulerar nya intressanta problem"* uppfylls i några av problemlösningsuppgifterna.

Problemlösning och förhållningssätt i lärarhandledningarna

I nedanstående avsnitt kommer jag att presentera en analys kring hur problemlösning och förhållningsätt i anknytning till problemlösning förklaras i lärarhandledningarna, vilken bygger på frågeställning tre. Liksom de två föregående analyserna, kommer även den här att underbyggas av Taflins (2005) kriterier.

Mattespanarna

Lärarhandledningarna till Mattespanarna lägger vikt vid att läraren ska låta eleverna få arbeta med olika strategier, metoder, uttrycksformer och konkret material. Läraren kan då genom att använda lärarhandledningen i undervisningen bygga en struktur kring arbete med problemlösningsuppgifter, samt få tips på tillvägagångssätt för undervisningsprocessen. Det här medför att kriteriet " *Problemet ska introducera till viktiga matematiska idéer*" uppfylls i lärarhandledningarna vid de uppgifter som karaktäriseras som problemtyp. Även kriteriet *Problemet ska kunna initiera till matematiska resonemang utifrån elevernas skilda lösningar, ett resonemang som visar på olika matematiska idéer*" lyfts fram. Lärarhandledningarna påvisar att det är viktigt att låta eleverna både i grupp och tillsammans i helklass få diskutera och resonera matematiska problem och lösningar, varpå eleverna kan utveckla nya infallsvinklar vad gäller matematiska problem. Däremot erbjuder lärarhandledningarna inte läraren till att låta eleverna få skapa nya problem i förhållande till problemlösningsuppgifter, varpå kriteriet "*Problemet ska kunna leda till att elever och lärare formulerar nya intressanta problem"* inte uppfylls.

Mattegruvan

Även Mattegruvans lärarhandledningar lägger vikt vid att låta eleverna få använda olika uttrycksformer, metoder, strategier och material. Likt Mattespanarna ger lärarhandledningarna tips på tillvägagångssätt gällande arbete med problemlösningsuppgifter, likväl att de erbjuder en struktur för arbete med problemlösning. Det här medför således att Taflins (2007) kriterium "*Problemet ska introducera till viktiga matematiska idéer"* kan uppfyllas i de olika problemlösningsuppgifterna om läraren använder lärarhandledningarna som ett redskap i undervisningssituationer som omfattar problemlösning. Därutöver kan även kriteriet *Problemet ska kunna initiera till matematiska resonemang utifrån elevernas skilda lösningar, ett resonemang som visar på olika matematiska idéer*" uppfyllas vid arbete med problemlösningsuppgifter, eftersom alla tre lärarhandledningar i Mattegruvan påvisar vikten av lärande i social interaktion. Det som däremot skiljer Mattegruvans lärarhandledning Guldspiran, det vill säga lärarhandledningen för årskurs 6, från Mattespanarnas lärarhandledningar är att Guldspiran har en så kallad problemlösningsrapport. Eleverna ska utifrån den aktuella problemlösningsuppgiften som de arbetar med, förklara vilken strategi/uttrycksform de använder i lösningsprocessen, vilket medför att eleverna ska diskutera sina egna lösningsförslag med en kamrat för att slutligen, utifrån problemlösningsuppgiften, formulera ett likande problem. Det här innebär att om läraren låter eleverna arbeta med problemlösningsrapporten kan kriteriet "*Problemet ska kunna leda till att elever och lärare formulerar nya intressanta problem"* uppfyllas.

Matteborgen

Matteborgens lärarhandledningar framhåller, såväl som Mattespanarnas och Mattgruvans lärarhandledningar gör, att läraren ska låta eleverna få komma i kontakt med olika uttrycksformer och tillvägagångssätt. Dock vill jag belysa att det här inte omfattar alla problemlösningsuppgifter utan det lyfts fram mer tydligt på en del uppgifter. Även i de här lärarhandledningarna ges ibland tips på hur läraren kan gå tillväga vid olika undervisningssituationer som omfattas av problemlösningsuppgifter. Taflins (2007) kriterium ”*Problemet ska introducera till viktiga matematiska idéer”* uppfylls därav inte i alla uppgifter, men i likhet med de två andra läromedlen uppfylls kriteriet i sin helhet. Vad gäller kriteriet ”*Problemet ska kunna initiera till matematiska resonemang utifrån elevernas skilda lösningar, ett resonemang som visar på olika matematiska idéer”*, kan det konstateras att det här kriteriet uppfylls om läraren utgår från vad lärarhandledningen påvisar gällande att arbeta i par eller grupp. Kriteriet ”*Problemet ska kunna leda till att elever och lärare formulerar nya intressanta problem”* berörs dock inte i lärarhandledningarna. Det ges ingen information, kopplat till problemlösningsuppgifterna i elevernas matematikböcker, om att läraren tillsammans med eleverna ska formulera och skapa nya liknande problem.

Sammanfattande analys

Nedan kommer en sammanfattning av studiens analys att beskrivas utifrån Taflins (2007) fem kriterier, som har legat till grund för det här analysarbetet i resultatet.

Problemet ska introducera till viktiga matematiska idéer
Utifrån analysen kan det konstateras att det här kriteriet lyfts fram i elevböckerna. Jämfört med Mattegruvan och Matteborgen har dock Mattespanarna ett större utbud av uppgifter innehållande det här kriteriet. Vidare vad gäller lärarhandledningarna, är det däremot skillnad i hur upplägget ser ut i området problemlösning. Mattespanarnas lärarhandledningar ligger i framkant gällande det här kriteriet, eftersom det vid varje uppgift av problemkaraktär anges vilka uttrycksformer och metoder som är användbara.

Problemet ska kunna lösas på flera olika sätt, med olika matematiska idéer och representationer
Vad gäller det här kriteriet upptas det vid en del problemlösningsuppgifter i alla grundböcker, men i begränsad omfattning. Mattespanarna och Matteborgen framlägger olika uttrycksformer på ett likvärdigt sätt, medan Mattegruvan inte upptar det i lika stor utsträckning. Enligt det mönster jag har kunnat se i elevböckerna, ges eleverna inte möjlighet att använda flera olika uttrycksformer på en och samma problemlösningsuppgift i någon av de matematikböcker jag har undersökt.

Problemet ska kunna initiera till matematiska resonemang utifrån elevernas skilda lösningar, ett resonemang som visar på olika matematiska idéer
Överlag förekommer det här kriteriet vagt i elevernas problemlösningsuppgifter, men upptas däremot mer i de olika lärarhandledningarna. Alla lärarhandledningar från de tre förlagen framhäver lärarande kring problemlösning i social interaktion, där eleverna ska ges möjlighet att diskutera och resonera olika lösningar i förhållande till problemlösningsuppgiften.

Problemet ska kunna fungera som brobyggare
Det här kriteriet förekommer i alla matematikböckerna, dock i varierande omfattning. Större delar av problemlösningsuppgifterna i Mattespanarna och Matteborgen genomsyras av kriteriet, medan det är relativt bristfälligt i Mattegruvan. Däremot uppvisar Mattegruvans grundböcker en progression vad gäller det här kriteriet. I alla matematikböcker finns det ändå uppgifter som författarna menar är av problemlösningskaraktär, men som inte uppfyller det här kriteriet.

Problemet ska kunna leda till att elever och lärare formulerar nya intressanta problem
Det är endast i Mattegruvans bok Silverspiran och i en av Matteborgens matematikböcker som eleverna erbjuds, på ett fåtal ställen, att formulera nya problem i relation till de aktuella problemlösningsuppgifterna. Det innebär att det här kriteriet inte förekommer i lika stor utsträckning i förhållande till de problemlösningsuppgifter som finns i matematikböckerna.

Vad gäller lärarhandledningarna föreligger det ingen märkbar skillnad mellan dem gällande det här kriteriet. Det kan varken påvisas i Mattespanarna eller i Matteborgens lärarhandledningar. Däremot omnämns det, i Mattegruvans lärarhandledning Guldspiran, en problemlösningsrapport som eleverna kan använda sig av vid arbete av de uppgifter som karaktäriseras som problemlösning. Eftersom problemlösningsrapporten erbjuder eleverna att i social interaktion formulera nya problem i relation till det befintliga problemet, kan kriteriet uppfyllas. Dock beror det här på om läraren väljer att arbeta med det som ett redskap eller ej.

Diskussion

I det här avsnittet kommer studiens resultatdiskussion systematiskt presenteras utifrån studiens tre frågeställningar och dess resultat, som är underbyggt av Taflins (2007) fem kriterier, samt med hänsyn till forskningsöversikten. Slutligen kommer en diskussion att framföras utifrån resultatet i förhållande till Lgr11, varav en sammanfattande resultatdiskussion följer.

Resultatdiskussion

Nedtill kommer resultatdiskussionen att presenteras utifrån hur problemlösning skrivs fram i elevernas matematikböcker, på vilket sätt elever erbjuds att arbeta med olika uttrycksformer i problemlösningsuppgifter samt hur förhållningssätt gällande problemlösning förklaras i lärarhandledningarna.

Problemlösning i elevernas matematikuppgifter

Som nämnt i analysen finns det ingen problemlösningsuppgift som omfattas av de fem kriterierna i en och samma uppgift. Det kan då konstateras att ingen av uppgifterna kan definieras som ett rikt problem enligt Taflins (2007) resonemang, med hänseende till de fem kriterierna. Författaren menar att ett rikt problem ska kunna ge möjligheter att diskutera bland annat matematiska begrepp och procedurer utifrån de olika kriterierna som hon framför. Utifrån Hagland, Hedrén och Taflins (2005) tre kriterier är det även svårt att avgöra om uppgifterna i matematikböckerna kan benämnas som problemuppgifter. För det första menar författarna att individen antingen vill eller behöver lösa uppgiften och för det andra ska uppgiften inte innehålla en given procedur. Det sista och tredje kriteriet innebär att individen ska behöva anstränga sig för att ta sig igenom lösningsprocessen. Eftersom det inte på en enda uppgift finns någon given procedur eller lösningsstrategi i matematikböckerna uppfylls kriterium två, varpå de två övriga kriterierna är relativt svåra att bedöma eftersom studien inte omfattas av de områdena.

I resultatet framkommer att många av de uppgifter som är konstruerade i Mattespanarna och Matteborgen är så kallade ”brobyggare”, men att det här är bristfälligt i Mattegruvan. Poyla (1981) betonar att läraren ska låta elever, vid arbete med uppgifter av problemkaraktär, få kombinera två eller fler metoder i uppgiften. Därigenom kan det i den här studien fastställas att främst två av de tre olika förlagens läromedel underbyggs av Poylas resonemang. Det framkommer även i resultatet att alla problemlösningsuppgifter är framskrivna för att eleverna ska erhålla förståelse för problemet. Det är en aspekt som Schoenfeld (1991) lägger vikt vid för att eleverna ska kunna ta till sig ett matematiskt tänk vid arbete med problemlösningsuppgifter.

En intressant aspekt som uppkom i resultatet var att många av problemlösningsuppgifterna är upplagda utifrån vardagsituationer och dylikt, där eleverna i vissa fall kan relatera till sin vardag. Karlsson och Kilborn (2015) menar dock utifrån egna erfarenheter att elevernas problemlösningsförmåga kan komma i skymundan om uppgifter är uppbyggda med exempel från vardagen, varpå de menar att problemlösningsuppgifter borde utgöras mer av rena matematiska problem. Å andra sidan framhävs det i kommentarmaterialet i matematik (Skolverket, 2011) att uppgifter av problemkaraktär kan bygga på verkliga situationer från vardagen. Dock ska det tilläggas att även kommentarmaterialet påpekar att problemlösningsuppgifter kan utformas rent matematiskt. I resultatet påvisas det att de uppgifter där problemen inte utgörs av exempel från vardagssituationer, framkommer mer i matematikböckerna för årskurs 6. Jag kan därav se tendenser av att det är vanligare för elever i årskurs 6 att arbeta med uppgifter som utformas rent matematiskt.

Representationsformer i elevernas problemlösningsuppgifter

Vad gäller att få uttrycka sig med olika representationsformer i matematikböckerna framkom det i begränsad utsträckning i elevernas matematikböcker. Det finns inte en enda problemlösningsuppgift som erbjuder eleverna att använda sig av flera olika representationsformer. Ahlberg (1991) menar att om eleverna får uttrycka sig med flera representationsformer kan det bidra till att de får en vidgad reflektion och att de kan se problemet utifrån olika perspektiv. Ytterligare betonar författaren att möjligheten till att få använda flera olika representationsformer får betydelse för eleverna i lösningsprocessen. Det innebär att olika uttrycksformer i lösningsprocessen kan bli användbara redskap för eleverna. Med Ahlbergs resonemang i åtanke är det tämligen intressant att matematikböckerna inte inbjuder till flera olika representationsformer vid arbete med problemlösningsuppgifter. Hon belyser representationsformer som att rita bilder och att uttrycka sig i både skrift och muntligt. Den representationsform som har blivit mest representerad i elevernas matematikböcker är, som tidigare nämnt i analysen, att rita bilder. Det är en representationsform som inte har erbjudits vid alla problemlösningsuppgifter och det är en representationsform som det har lagts olika mycket vikt på, i de olika matematikböckerna från de tre förlagen. Oavsett är det en representationsform som eventuellt borde erbjudits än mer, eftersom Ahlberg menar att eleverna får möjlighet att upptäcka bildens funktion i förhållande till problemet i uppgiften. Vidare med hänsyn till de matematikböcker som har analyserats kan jag utifrån mitt resultat konstatera att det är ytterst få uppgifter som låter eleverna få använda skriftspråket eller muntlig kommunikation. Vid skriftliga representationsformer menar Ahlberg att skriften erbjuder eleverna tid till eftertanke och tid för reflektion, samt att muntlig representationsform ger möjlighet till diskussion av lösningsstrategier och relevans. Det här innebär i min studie att elevernas möjligheter till skriftspråksanvändning och muntlig kommunikation i olika utsträckning försummas i de olika matematikböckerna.

Med tanke på vad författarna, Ahlberg (1991), Hagland, Hedrén och Taflin (2005) och Skoogh och Johansson (1991) nämner angående olika representationsformer vid arbete med problemlösning, är det intressant att läromedelsförlagen inte har lagt någon större vikt vid de här i elevernas matematikböcker. Å andra sidan, med tanke på Johanssons (2003) resonemang, behöver inte läromedelsförfattare förhålla sig till specifika direktiv vid utformning av läromedel, varpå ansvaret ligger hos läraren. Skolverket (2003) belyser trots allt att läraren ska kunna tolka kunskapskraven, för att därefter undersöka vilka läromedel som tar upp alla de moment som ska ingå i matematikundervisningen. Det är emellertid tänkvärt att det i den här studien framkommit att de läromedelsförlag som jag har undersökt inte till fullo använder sig av vetenskaplig forskning vad gäller problemlösningsområdet i elevernas matematikböcker.

Problemlösning och förhållningssätt i lärarhandledningarna

Utifrån att ha undersökt lärarhandledningarna för Mattespanarna, Mattegruvan och Matteborgen kan jag konstatera att de utgår mer från aktuell forskning vad gäller olika representationsformer vid arbete med problemlösningsuppgifter, i jämförelse med elevernas matematikböcker. Exempelvis framhävs tankar och resonemang likt Ahlberg (1992), Hagland, Hedrén och Taflin (2005) samt Skoogh och Johansson (1991), tydligare i lärarhandledningarna, eftersom olika representationsformer påvisas. Jag kan i lärarhandledningarna och i mitt resultat tolka ett mönster där nämnda forskares resonemang finns representerade. Exempelvis kan det beskrivas att eleven vid en viss problemlösningsuppgift ska få lära sig att använda sig av en strategi för att genomföra lösningsprocessen. Det här kan hänföras till Ahlbergs (1992) tankar kring att olika uttrycksformer blir betydelsefulla redskap i lösningsprocessen.

Som framgår i resultatet, läggs det stor vikt vid social interaktion vid arbete med problemlösning i lärarhandledningarna, jämfört med vad det gör i elevernas matematikböcker. Löwing (2004) påvisar, som tidigare nämnt, att undervisningen i många fall är individualiserad, varpå eleverna arbetar med matematikuppgifter på egen hand. Vidare betonar Löwing att lärare inte ser läromedlet i sin helhet, för kunna använda det på bästa sätt och i det här fallet gällande problemlösning. Utifrån det här resonemanget och studiens resultat kan det konstateras att om läraren inte använder sig av lärarhandledningen som redskap i sin undervisning är det svårare att tillgodogöra elever kunskaper och utveckling i problemlösning. Min slutsats är, med stöd från Löwing (2004), att om läraren inte använder sig av lärarhandledningen löper det större risk att elevernas matematikböcker blir organisatör för lärandet istället för läraren. Utifrån de områden som omfattar problemlösning i lärarhandledningarna kan läraren lägga upp och strukturera arbetet som de olika läromedlen beskriver. Jag håller med Johansson (2006) som menar att läromedel ska ses som ett redskap som underlättar för läraren, genom att de kan ge förslag på hur läraren ska lägga upp undervisning och aktiviteter.

Jag kan, med hänseende till ovanstående resonemang, konstatera att lärarhandledningen kopplat till elevboken är ett ytterst viktigt redskap för att eleverna ska nå uppsatta mål i läroplanen. Lärarhandledningen ger riktlinjer för hur läraren ska arbeta kopplat till de olika kapitlen, och i det här fallet problemlösning. De ger förslag på olika moment som ska bidra till kunskapsutveckling inom matematik för eleverna och om de inte används parallellt med elevernas matematikböcker blir undervisningen bristfällig gällande utveckling av matematiska förmågor. Jag kan inte uttala mig om hur mycket och i vilken grad som lärare idag använder sig av lärarhandledningen, men jag kan se att det är av ytterst vikt att läraren använder sig av handledningen vid arbete med problemlösning i matematikböckerna. Enligt Johansson (2006) behöver läraren inte utesluta matematikböckerna helt i sin undervisning, eftersom det kan vara till fördel att använda sig av de goda delarna av läromedlets innehåll. Jag menar utifrån studiens resultat och resonemang från Johansson att lärarna dock behöver en medvetenhet om vilka potentialer och begränsningar som läromedlen kan medföra.

Det som däremot inte uppdagas i lärarhandledningarna är hur lärare specifikt kan förhålla sig till eleverna och vägleda dem när de arbetar med problemlösning. Exempelvis läggs det ingen vikt vid vad Poyla (1948, 2003) påvisar, det vill säga att det är en tämligen svår uppgift att arbeta med problemlösning tillsammans med eleverna eftersom det av läraren kräver tid, övning, sunda principer och hängivenhet. Däremot betonar Johansson (2006) i sin studie att det möjligen vore bra att genomföra en utveckling av läromedel för att lyfta didaktiska och matematiska kunskaper, varpå Johansson samtidigt menar att lärare idag känner sig relativt trygga gällande deras matematiska och didaktiska kompetenser. Således, utifrån ovanstående resonemang, kan det konstateras att det råder oklarhet huruvida lärare ska förhålla sig till problemlösning.

Det läromedel som dock omnämner lite mer specifika förhållningssätt för lärare gällande arbete med problemlösning är Mattespanarna. Jag kan se att Mattespanarnas lärarhandledningar påvisar att läraren ska skapa en lärandemiljö i klassrummet med till exempel ”Mattehyllor” eller ”Matteládor”, vilket kan hänföras till Jaworski (1994) som betonar att läraren ska organisera för lärandet och dess miljö. Vidare menar författaren att läraren ska kunna se varje individs svagheter och styrkor, vilket i Mattespanarna påvisas genom att läraren kan undersöka om eleverna behöver arbeta med ett startkapitel. Det som dock framkommer vagt i såväl Mattespanarna, Mattegruvan och Matteborgen är hur lärare ska hjälpa och uppmuntra eleverna, vilket Jaworski och Lester (1985) lyfter som en aspekt gällande det förhållningssätt som lärare bör använda vid arbete med problemlösning. En faktor som emellertid ges större utrymme i de olika lärarhandledningarna är att läraren ska behandla problemlösningsuppgiften tillsammans med eleverna. Läraren och eleverna ställer frågor och diskuterar kring problemet, samtidigt som de redogör för de ståndpunkter som de kommit fram till. Det här arbetssättet kan styrkas av såväl Jaworski som hos Lester.

Den nuvarande läroplanen, Lgr11, kopplat till matematiska förmågor

Information gällande elevernas kunskapsmål i matematikböckerna och lärarhandledningarna har framkommit i varierande utsträckning. Ett av de fem målen i Lgr11 (Skolverket, 2015) är att eleverna ska få formulera och lösa problem. Det här är ett mål som inte tas upp i lika stor utsträckning som de andra fyra målen. Det här innebär att eleverna erhåller reducerad möjlighet till att uppnå målet kring att formulera och lösa problem, varpå de andra fyra målen visualiseras nedan:

- använda och analysera matematiska begrepp och samband mellan begrepp,
- välja och använda lämpliga matematiska metoder för att göra beräkningar och lösa rutinuppgifter,
- föra och följa matematiska resonemang, och
- använda matematikens uttrycksformer för att samtala om, argumentera och redogöra för frågeställningar, beräkningar och slutsatser.

(Skolverket, 2015 s.48)

Vidare betonar Petterson och Widstedt (2013) att om elever ges möjlighet att arbeta med rika matematiska problem kan de utveckla olika matematiska förmågor som, problemlösningsförmågan, begreppsförmågan, kommunikationsförmågan, procedurförmågan samt resonemangsförmågan. De här fem förmågorna kan till synes relateras till de fem målen som eleverna ska utveckla utifrån Lgr11 (Skolverket, 2011). Som nämnt i resultatet får eleverna inte möjlighet att formulera och lösa egna problem i lika stor utsträckning. Utifrån det här resonemanget kan det med stöd från Ryve (2006) konstateras att det varken kontrolleras om elever uppfyller problemslösningsmålet eller att de får utveckla problemlösningsförmågan i samma utsträckning som de andra förmågorna. Författaren menar att elever måste få lösa och formulera egna problem för att utveckla problemlösningsförmågan.

Sammanfattande resultatdiskussion

Avslutningsvis kan det konstateras att ingen av de tre olika läromedlens matematikböcker och lärarhandledningar är fullständiga, vad gäller de fem kriterier som Taflin (2007) betonar för hur ett rikt matematiskt problem ska utformas. Det här påvisas genom hur problemlösning skrivs fram i eleverna matematikuppgifter, de olika representationsformerna som eleverna erbjuds i problemlösningsuppgifterna, samt hur problemlösning och förhållningssätt förklaras i lärarhandledningarna. Däremot kan jag se att lärarhandledningarna är av vikt för ett gynnsamt arbete med problemlösning. De behöver således användas som ett redskap av läraren när eleverna arbetar med problemlösningsuppgifter i matematikböckerna. Om lärarhandledningarna inte används som ett redskap av läraren, medför det att eleverna får begränsad möjlighet att uppnå mål som omfattar problemlösning i Lgr11 (Skolverket, 2015).

Fortsatt forskning

De två kriterierna som inte underbygger min analys, ”*Problemet ska upplevas som en utmaning, kräva ansträngning och tillåtas ta tid”* och *”Problemet ska vara lätt att förstå och alla ska ha en möjlighet att arbeta med det”*, kan underökas för att vidareutveckla den här studien. För att de här två kriterierna ska kunna uppfyllas behövs social interaktion genom klassrumsobservationer. Här behöver det undersökas hur lärare arbetar med problemlösning i klassrumssituationer, samt hur elever får möjlighet att angripa en matematisk uppgift av problemkaraktär.

Referenslista

Ahlberg, A. (1992). *Att möta matematiska problem: en belysning av barns lärande = [The meeting with mathematical problems] : [an illumination of children's learning]*. Diss. Göteborg : Univ.. Göteborg.

Ahlberg, A. (1995). *Barn och matematik. Problemlösning på lågstadiet*. Lund: Studentlitteratur.

Boolsen Watt, M. (2007). *Kvalitativa analyser: [forskningsprocess, människa, samhälle*]. (1. uppl.) Malmö: Gleerup.

Dimming, L. (2008). *Kan man bedöma och utveckla elevers kunskaper i matematik med utgångspunkt i problemlösning?* (D-uppsats) Trollhättan: Institutionen för Individ och samhälle, Högskolan Väst. Tillgänglig: http://www.diva-portal.org/smash/get/diva2:525996/FULLTEXT01.pdf

Emanuelsson, G. (1986). Hur mycket styr läroböckerna? *Nämnaren, 2-3, 85-88,* Göteborg: NCM.

Esaiasson, P. Gilljam, M., Oscarsson, H. & Wängnerud, L. (2007). Metodpraktikan. Stockholm: Nordstedt Juridik.

Esaiasson, P., Gilljam, M., Oscarsson, H. & Wängnerud, L. (red.) (2012). Metodpraktikan: konsten att studera samhälle, individ och marknad. (4., [rev.] uppl.) Stockholm: Norstedts juridik.

Gustafsson, M. & Kasibovic, A. (2015). Problemlösningsuppgifter i läroböcker årskurs 1-3 (Examensarbete). Trollhättan: Institutionen för Individ och samhälle, Högskolan Väst universitet.

Hagland, K., Hedrén, R. & Taflin, E. (2005). *Rika matematiska problem: inspiration till variation*. (1. uppl.) Stockholm: Liber.

Hansson, Å. (2014). Att utveckla sin förmåga att hantera procedurer. *Skolverket: Lärportalen i matematik, 2014 (1),* 1-4. Hämtad 2016-03-23 https://matematiklyftet.skolverket.se/matematik/content/conn/ContentServer/uuid/dDocName:LI64RH5PRO015833?rendition=web

Häggblom, L. (2013). *Med matematiska förmågor som kompass*. (1. uppl.) Lund: Studentlitteratur.

Jaworski, B. (1994). *Investigating Mathematics Teaching: A Constructivist Enquiry.* London: The Famler Press.

Justesen, L. & Mik-Meyer, N. (2011). *Kvalitativa metoder: från vetenskapsteori till praktik*. (1. uppl.) Lund: Studentlitteratur.

Johansson, M. (2006). *Teaching mathematics with textbooks: a classroom and curricular perspective*. Diss. (sammanfattning) Luleå : Luleå tekniska univ., 2006. Luleå.

Kärrqvist, C. & West, E. (2005). *Nationella utvärderingen av grundskolan* 2003 (NU-03): problemlösning. Stockholm: Skolverket.

Karlsson, N. & Kilborn, W. (2015). *Problemlösning och matematisk modellering*. (1. uppl.) Malmö: Gleerups Utbildning.

Larsen, A.K. (2009*). Metod helt enkelt: en introduktion till samhällsvetenskaplig metod*. (1. uppl.) Malmö: Gleerup.

Lester, F. K. (1985). Methodological Considerations In Research on Mathematical Problem-Solving Instruction. In E. A Silver (Ed): *Teaching and learning Mathematical Problem Solving: multiple Research Perspectives*. (pp.41-69)

Löwing, M. & Kilborn, W. (2002). *Baskunskaper i matematik: för skola, hem och samhälle*. Lund: Studentlitteratur.

Löwing, M. (2004). *Matematikundervisningens konkreta gestaltning: en studie av kommunikationen lärare - elev och matematiklektionens didaktiska ramar*. Diss. Göteborg : Univ., 2004. Göteborg.

Möllehed, E. (2001). *Problemlösning i matematik: en studie av påverkansfaktorer i årskurserna 4-9*. Diss. Lund : Univ., 2001. Malmö.

Pettersson, E. & Wistedt, I. (2013). *Barns matematiska förmågor - och hur de kan utvecklas*. (1. uppl.) Lund: Studentlitteratur.

Pólya, G. (1948). *How to solve it; a new aspect of mathematical method*. Princeton, N.J.: Princeton University Press.

Polya, G. (1981*). Mathematical Discovery: On Understanding, Learning and Teaching Problem Solving*. New York: Wiley.

Pólya, G. (2003). *Problemlösning: en handbok i rationellt tänkande*. (Print-on-demand). Stockholm: ePan.

Selander, S. (2003). Pedagogiska texter och andra artefakter för kunskap och kommunikation- En översikt över läromedel – perspektiv och forskning. *Regeringen, 2003 (15),* 181-256 Hämtad 2016-03-01 http://www.regeringen.se/content/1/c4/10/29/7af6dff7.pdf

Schoenfeld, A. (1991). What´s all fuss about Problem Solving? *Zentralblatt für Didaktik der Mathematik International Reviews on Mathematical Education Vol. 23* (pp. 4-8)

Skolinspektionen (2009). Undervisningen i matematik [Elektronisk resurs]: undervisningens innehåll och ändamålsenlighet. Stockholm: Skolinspektionen.

Skoogh, L. Johansson, H. (1991) Att undervisa i problemlösning. I Emanuelsson, G. Johansson, B. Ryding, R. (red). *Problemlösning.* Lund: Studentlitteratur.

Skolverket. (u.å) *Om ämnet Matematik.* Hämtad 2016-02-29 www.skolverket.se/laroplaner-amnen-ochkurser/gymnasieutbildning/gymnasieskola/mat/comment.pdf?subjectCode=MAT&commentCode=ALL&lang=sv procedurförmåga matematik

Skolverket (2011). *Kommentarmaterial till kursplanen i matematik [Elektronisk resurs]*. Stockholm: Skolverket.

Skolverket (2011). Laborativ matematik, konkretiserande undervisning och matematikverkstäder: en utvärdering av matematiksatsningen. Stockholm: Skolverket.

Skolverket (2003). *Lusten att lära: med fokus på matematik: nationella kvalitetsgranskningar 2001-2002*. Stockholm: Skolverket.

Skolverket (1994). *Läroplan för det obligatoriska skolväsendet, förskoleklassen och fritidshemmet Lpo 94.* Stockholm: Utbildningsdepartementet.

Skolverket (2015). *Läroplan för grundskolan, förskoleklassen och fritidshemmet 2011: reviderad 2015*. (2. uppl.) Stockholm: Skolverket.

Skolverket (2010). *Rustad att möta framtiden?: PISA 2009 om 15 åringars läsförståelse och kunskaper i matematik och naturvetenskap*. Stockholm: Skolverket.

Skolverket (2008). *Svenska elevers matematikkunskaper i TIMSS 2007: en djupanalys av hur eleverna förstår centrala matematiska begrepp och tillämpar beräkningsprocedurer*. Stockholm: Skolverket.

Skolverket (2012). TIMSS 2011: svenska grundskoleelevers kunskaper i matematik och naturvetenskap i ett internationellt perspektiv. Stockholm: Skolverket.

Taflin, E. (2007). *Matematikproblem i skolan: för att skapa tillfällen till lärande*. Diss. Umeå : Umeå universitet, 2007. Umeå.

Vetenskapsrådet (2011). *God forskningssed*. Stockholm: Vetenskapsrådet.

Widen P., Fejes, A. & Thornberg, R. (red.) (2015). *Handbok i kvalitativ analys*. (2., utök. uppl.) Stockholm: Liber.

Ryve, A. (2006) Vad är kunskap i matematik? *Nämnaren, 2:2006, 7-9,* Göteborg: NCM.

Läromedel

Matteborgen
Falck, P. & Picetti, M. (2011). Matte direkt. Borgen. 4 A, Lärarhandledning. (2. uppl.) Stockholm: Bonnier Utbildning.

Falck, P. & Picetti, M. (2012). Matte direkt. Borgen, 5 A, Lärarhandledning. (2. uppl.) Stockholm: Sanoma utbildning.

Carlsson, S. (2012). Matte direkt. Borgen. 6 A, Lärarhandledning. (2. uppl.) Stockholm: Sanoma utbildning.

Falck, P., Picetti, M. & Sundin, K. (2012[2011]). Matte direkt. Borgen. 4 A. (2. uppl.) Stockholm: Sanoma utbildning.

Falck, P. & Picetti, M. (2012). Matte direkt. Borgen. 5 A. (2 . uppl.) Stockholm: Sanoma utbildning.

Carlsson, S., Falck, P., Liljegren, G. & Picetti, M. (red.) (2012). Matte direkt. Borgen. 6 A. (2. uppl.) Stockholm: Sanoma utbildning.

Mattegruvan

Svensson, Y. & Östergren, G. (2011). *Mattegruvan 4-6 Kopparspiran Lärarhandl*. Gleerups Utbildning AB.

Svensson, Y. & Östergren, G. (2012). *Silverspiran. Lärarhandledning*. (1. uppl.) Malmö: Gleerups.

Svensson, Y. & Östergren, G. (2013). *Guldspiran. A, Lärarhandledning*. (1. uppl.) Malmö: Gleerup.

Svensson, Y. & Östergren, G. (2010). *Kopparspiran. A, Grundbok*. (1. uppl.) Malmö: Gleerups.

Svensson, Y. & Östergren, G. (2012). *Silverspiran. A Grundbok*. (1. uppl.) Malmö: Gleerups.

Svensson, Y. & Östergren, G. (2013). *Guldspiran. A, Grundbok*. (1. uppl.) Malmö: Gleerups.

Mattespanarna

Hernvald, A., Kryger, G. & Persson, H. (2011). *Mattespanarna. 4A, Lärarboken*. (1. uppl.) Stockholm: Liber.

Hernvald, A., Kryger, G. & Persson, H. (2012). *Mattespanarna. 5A, Lärarboken*. (1. uppl.) Stockholm: Liber.

Hernvald, A., Kryger, G. & Persson, H. (2013). *Mattespanarna. 6A, Lärarboken*. (1. uppl.) Stockholm: Liber.

Hernvald, A. (2011). *Mattespanarna. 4A*. (1. uppl.) Stockholm: Liber.

Hernvald, A. (2012). *Mattespanarna. 5A*. (1. uppl.) Stockholm: Liber.

Hernvald, A. (2013). *Mattespanarna. 6A*. (1. uppl.) Stockholm: Liber

Högskolan Väst
Institutionen för individ och samhälle
461 86 Trollhättan Tel 0520-22 30 00 Fax 0520-22 30 99
www.hv.se