



Skriftlig huvudräkning eller standardalgoritm i lärarhandledningar?

**– Presentation av beräkningsstrategier i addition i
lärarhandledningar i matematik för årskurs fyra**

Zandra Eriksson

Amanda Rosén

Arbetets art: Examensarbete 15 hp, Lärarprogrammet

Titel: Skriftlig huvudräkning eller standardalgoritm i lärarhandledningar?

– Presentation av beräkningsstrategier i addition i lärarhandledningar i matematik för årskurs fyra.

Engelsk titel: Mental computation or the standard algorithms in teacher guides? – The presentation of strategy for calculation in addition in teacher guides in Mathematics in grade four.

Sidantal: 43

Författare: Zandra Eriksson & Amanda Rosén

Examinator: Marita Lundström

Datum: April 2016

Sammanfattning

Bakgrund: I vår tidigare studie (Eriksson & Rosén, 2015) visar resultatet att elevers matematiska förmåga gynnas av en undervisning där de får ta del av olika beräkningsstrategier inom addition. Dessutom framkommer det i rapporten från TIMSS 2011 (Skolverket, 2012) att svenska elever i årskurs fyra har fått försämrade kunskaper i matematik, framförallt inom området *Taluppfattning och aritmetik*. Mot bakgrund av detta har vi valt att undersöka hur lärarhandledningar behandlar området aritmetik, eftersom det anses vara ett extra viktigt område att förbättra elevers matematiska kunskaper inom.

Syfte: Vårt syfte med denna studie är att ta reda på hur lärarhandledningar i matematik för årskurs fyra presenterar och behandlar olika beräkningsstrategier i addition.

Metod: I studien har vi använt oss av en kvalitativ innehållsanalys. Resultatet för datainsamlingen har också analyserats utifrån en kvalitativ innehållsanalys.

Resultat: Resultatet visar på att samtliga lärarhandledningar behandlar både standardalgoritmen och någon beräkningsstrategi i skriftlig huvudräkning. Däremot visar resultatet att standardalgoritmen ges störst utrymme samt att flera olika sorters uppgifter tas upp till denna metod. Vi har också noterat att ingen av de fyra lärarhandledningarna tydligt behandlar de tre begrepp som är viktiga att eleverna har förståelse kring när de ska introduceras för beräkningsstrategier i addition. Resultatet i vår studie visar även på att samtliga lärarhandledningar till stor del består av instruerande delar. Det visade sig även att tre utav de fyra lärarhandledningar som vi analyserat kan ge lärare ett visst stöd för att skapa sig en förståelse för beräkningsstrategier i addition samt hur de kan undervisa i dessa.

Innehållsförteckning

Inledning	1
Forskningsbakgrund	2
Beräkningsstrategier	2
Algoritmer	2
Standardalgoritmen	2
Skriftlig huvudräkning	3
Presentation av de olika beräkningsstrategierna.....	4
Undervisning kring en eller flera beräkningsstrategier	4
Beräkningsstrategier i läromedel	5
Begreppsförståelse.....	5
God taluppfattning.....	5
Procedurell undervisning.....	6
Konceptuell undervisning.....	6
Begreppsförståelse i läromedel.....	7
Läromedel.....	7
Påverkan	8
Instruerande läromedel	9
Bildande läromedel.....	10
Syfte och frågeställningar	13
Teoretiska utgångspunkter	14
Beräkningsstrategin i standardalgoritmen	14
Beräkningsstrategier i skriftlig huvudräkning	14
Procedurell och konceptuell undervisning	15
Instruerande eller bildande lärarhandledning	15
Metod	17
Urval och begränsningar	17
Tillvägagångssätt.....	18
Kvantitativ och kvalitativ innehållsanalys.....	18
Utvecklande av ett analysredskap	19
Forskaren som det centrala verktyget.....	19
Bearbetning av datamaterial	19
Användning av vårt analysredskap.....	20
Studiens kvalitet	20
Studiens generaliserbarhet.....	21

Etiska ställningstaganden	22
Resultat.....	23
Lärarhandledningarnas upplägg av de två metoderna	23
Författarnas tankar kring de beräkningsstrategier som tas upp i lärarhandledningarna	24
Pixel.....	25
Matte Direkt Borgen.....	26
Mattespanarna	26
Koll på matematik	27
Jämförelse mellan lärarhandledningarna.....	28
Beräkningsstrategiernas begreppsliga förankring i lärarhandledningarna	29
Positionssystemet	29
Automatisering av additionstabellen	30
Likhetstecknets betydelse.....	31
Författarnas åsikter kring att bygga undervisningen på en begreppsförståelse	31
Sammanfattande tolkning.....	32
På vilket sätt läraren stöds i sitt arbete med att skapa en förståelse för olika beräkningsstrategier ..	33
Instruerande delar och instruerande delar med något mer bildande karaktär	33
Bildande delar.....	34
Sammanfattande tolkning.....	36
Lärarhandledningarnas presentation av olika beräkningsstrategier i addition	36
Diskussion	38
Analys och resultatdiskussion	38
Ordningen som metoderna presenteras i	38
Undervisning kring olika beräkningsstrategier.....	38
Utrymmet som de olika beräkningsstrategierna ges jämfört med vilken av metoderna som författarna förespråkar	39
Beräkningsstrategiernas begreppsliga förankring jämfört med vilken av metoderna som författarna förespråkar	40
Om lärarhandledningarna kan stödja läraren i dennes arbete.....	41
Vad resultatet från TIMSS 2015 kommer att visa.....	42
Metoddiskussion.....	42
Fortsatt forskning	43
Referenser	44
Lärarhandledningar	48

Inledning

I vår tidigare studie (Eriksson & Rosén, 2015) gjorde vi en undersökning kring beräkningsstrategier i addition, vilket är en del av aritmetiken. I denna studie undersökte vi vad två då lärare ansåg om sin undervisning kring beräkningsstrategier i addition jämfört med vilka strategier som deras elever använde sig av. Resultatet av studien visade att de elever som hade fått undervisning i både standardalgoritmen och skriftlig huvudräkning var de elever som använde sig av flera olika beräkningsstrategier samt hade högre lösningsfrekvens. Slutsatsen vi drog blev därför att elevers matematiska förmåga gynnas av en undervisning där de får ta del av olika beräkningsstrategier inom addition. Kursplanen i matematik (*Läroplan för grundskolan, förskoleklassen och fritidshemmet* [Lgr 11], Skolverket, 2011) förespråkar inte heller någon specifik beräkningsstrategi vare sig i syftetexten, centrala innehållet eller i kunskapskraven. Däremot är forskare inte helt eniga kring om undervisning i addition ska beröra enbart standardalgoritmen, enbart skriftlig huvudräkning eller både och. Vårt resultat visade också på att elevernas eget användande av beräkningsstrategier påverkades av lärarens undervisning. Även Bentley (2012) menar att lärarens inställning till matematiken påverkar vilken syn eleverna kommer att ha på matematiken. Allt detta har fört oss till att vi i denna studie är intresserade av vad lärarhandledningen till läroböcker i matematik tar upp kring olika beräkningsstrategier i addition, då läromedel enligt Noh och Webb (2015) kan ändra lärarens inställning till hur och vad man ska undervisa i.

Vasilyeva, Laski och Shen (2015) drar utifrån sin studies resultat slutsatsen att lära sig aritmetik är en huvuddel utav matematiken för att kunna fortsätta bygga vidare på sin utveckling inom matematik. I rapporten från TIMSS (Trends in International Mathematics and Science Study, Skolverket, 2012) framkommer det dock att svenska elever i årskurs fyra har försämrats i matematik, särskilt inom området *Taluppfattning och aritmetik*. Därför anser vi det vara av intresse att undersöka hur lärarhandledningar behandlar området aritmetik, eftersom det kan anses vara ett extra viktigt område att förbättra elevers matematiska kunskaper inom.

Ahl, Gunnarsdóttir, Koljonen och Pálsdóttir (2015) tar upp att läromedel har en begränsad inverkan på lärarens undervisning. Anledningar till detta är att hur ett läromedel kommer till uttryck till stor del beror på läraren och hur denne väljer att använda det. Däremot lyfter Remillard (2005) att även om läromedel används olika av olika lärare, har även läromedlet i sig en påverkan på läraren. Både läraren och läromedlet påverkar varandra i den interaktiva process som sker när läraren planerar undervisningen. Remillard, van Steenbrugge och Bergqvist (2014) har också visat på att olika sorters lärarhandledningar har möjlighet att ge olika mycket stöd till läraren. I Skolverkets (2003) kvalitetsgranskningar år 2001-2002 visar det sig också att matematikundervisningen är det ämne som är mest beroende av läroboken och i rapporten från TIMSS 2011 (Skolverket, 2012) visar det sig att Sverige är ett av de länder som använder sig av läroboken mest i matematikundervisning. Därför anser vi det viktigt att analysera hur lärarhandledningar presenterar beräkningsstrategier i addition. Vi vill undersöka vilken grund som olika lärarhandledningar ger för lärare att tolka och använda sig av, utifrån deras individuella kompetenser och egenskaper. Vi kan alltså inte genom vår studie säga hur lärarhandledningarna används ute på skolorna idag, utan enbart säga vilken grund som lärarhandledningen kan förväntas ge till lärarna.

Forskningsbakgrund

I forskningsbakgrunden kommer tre huvudrubriker att tas upp, dessa är: “Beräkningsstrategier”, “Begreppsförståelse” och “Läromedel”.

Beräkningsstrategier

Från att det tidigare funnits en enighet kring att tyst räknande med standardalgoritmen var det bästa sättet att utveckla elevernas matematiska kompetens inom aritmetik, förs det idag en debatt kring hur undervisningen i aritmetik ska bedrivas. Nedan kommer först en definition av algoritmer, därefter följer en presentation av olika argument för användning av standardalgoritmen och skriftlig huvudräkning inom addition.

Algoritmer

Vid beräkning av uppgifter inom addition finns det två övergripande metoder att välja på, dessa är standardalgoritmen och skriftlig huvudräkning. Inom dessa metoder finns det olika beräkningsstrategier (ibland också av oss förkortat till enbart strategier) att välja mellan. Inom standardalgoritmen finns det en strategi, medan det inom skriftlig huvudräkning finns ett flertal namngivna strategier samt att det också kan bildas nya egna av eleverna. Nedan följer definitionerna på standardalgoritmen och skriftlig huvudräkning, vilka till stor del är en exakt återgivning från vår tidigare studie.

Det som klassas som algoritmer är olika skriftliga metoder, det vill säga både standardalgoritmen och skriftlig huvudräkning. Både standardalgoritmen och skriftlig huvudräkning kan i sin tur båda användas som huvudräkningsstrategier (Bentley & Bentley, 2011). Skillnaden är att standardalgoritmen alltid skrivs ut på exakt samma sätt oberoende av uppgiftens utseende [...] (Eriksson & Rosén, 2015, s. 4)

Ett exempel på standardalgoritmen:

$$\begin{array}{r} 545 \\ +387 \\ \hline 932 \end{array}$$

Skriftlig huvudräkning går istället ut på att eleverna skriver ned sina resonemang i mellanled när de gör sin uträkning av uppgiften. Mellanleden är de olika steg man delar upp uppgiften i fram tills att man fått fram svaret. [...] Antalet mellanled som behöver skrivas ned varierar efter uppgiftens svårighetsgrad (Rockström, 2000). [...]. (Eriksson & Rosén, 2015, s. 4)

Ett exempel på en av strategierna i skriftlig huvudräkning:

$$545 + 387 = 500 + 300 + 40 + 80 + 5 + 7 = 800 + 120 + 12 = 920 + 12 = 932$$

Standardalgoritmen

Marklund (1993) visar i sin studie att undervisningen i matematik då bestod av två tredjedelar tyst räknande med algoritmer. En förklaring till detta som Whitcare (2014) tar upp, är att forskare tidigare var övertygade om att taluppfattningen byggdes upp av algoritmer. Hedrén (2001) tar däremot upp att standardalgoritmen idag har fått en minskad betydelse eftersom det numera finns fler metoder och hjälpmedel. Detta visar en senare tolkning, som Csíkos (2016) drar utifrån ett av resultaten som Foxman och Beishuizen (2002) analyserade på nytt. Csíkos

(2016) drar då slutsatsen att det var 51 % av eleverna som använde sig av standardalgoritmen i sina uträkningar efter att ha introducerats till denna strategi. I Alms (2007) analys av de nationella proven framgår det också att utav de fyra räknesätten är addition det räknesätt där elever använder sig minst utav standardalgoritmen. I de andra räknesätten är det vanligare att eleverna använder sig utav den för räknesättet tillhörande standardalgoritmen.

Argument för standardalgoritmen

Bentley och Bentley (2011) beskriver att de i sin tidigare analys av ett kompetensutvecklingsprojekt i en kommun kunde visa på ett resultat där eleverna fick en högre lösningsfrekvens när de enbart undervisades i standardalgoritmen. Detta till skillnad från att eleverna tidigare hade fått undervisning i skriftlig huvudräkning vilket hade lett till att de blandade ihop mellanleden i de olika strategierna. Hedrén (2001) lyfter att fördelen med standardalgoritmen är att metoden kan användas på samma sätt oavsett tal i uppgiften. Han tar också upp att det är en strategi som har förfinats genom århundraden och därför är en betrodd strategi. Utifrån sin analys av resultatet drar Foxman och Beishuizen (2002) slutsatsen att elever oftare väljer att använda sig av standardalgoritmen när deras egen begreppsförståelse inte är tillräcklig men att de ändå har lärt sig rutinen i standardalgoritmen. Ytterligare en forskare som tar upp att standardalgoritmen fungerar bra till uppgifter där proceduren blir för komplicerad i användandet av skriftlig huvudräkning är Rockström (2000).

Argument mot standardalgoritmen

Enligt Löwing och Kilborn (2003) introduceras standardalgoritmen oftast som en mekanisk procedur vilket gör att eleverna enbart tar efter strategin, tillhörande metoden, utan att ha fått en förståelse för den. Whitcare (2014) lyfter också att många mellanstadielärare enbart förlitar sig på att standardalgoritmen ska räcka, men han liksom Lithner (2008) tar upp att en läsning vid standardalgoritmen negativt påverkar elevernas förmåga till att anpassa val av beräkningsstrategi utefter uppgift. I en tidigare utförd studie utav oss visade det sig också att det var eleverna som enbart fått undervisning i standardalgoritmen som hade fler fel svar på samtliga uppgifter, samt att eleverna som hade fått undervisning i både skriftlig huvudräkning och standardalgoritmen, hade högre lösningsfrekvens vid både användningen av skriftlig huvudräkning och standardalgoritmen (Eriksson & Rosén, 2015). Även McIntosh (2008) och Rockström (2000) tar upp att en undervisning med fokus på standardalgoritmen ofta leder till att eleverna tänker sig standardalgoritmens uppställning i huvudet vid huvudräkning, vilket ofta leder till fel svar. Ytterligare en negativ aspekt vid användandet av standardalgoritmen som McIntosh (2008) tar upp är att det kan leda till att eleverna får som mål att räkna ut uppgifterna så snabbt som möjligt utan att reflektera över hur de har kommit fram till svaret.

Skriftlig huvudräkning

Alm (2007) drar utifrån sin analys av resultaten på de nationella proven, slutsatsen att skriftlig huvudräkning mer och mer börjar användas bland eleverna. Hon beskriver också att hon utifrån resultaten kan se att elever har börjat använda sig utav fler beräkningsstrategier än tidigare. Däremot lyfter författaren även att enbart användningen av skriftlig huvudräkning inte automatiskt innebär att eleverna löser uppgifterna korrekt.

Argument för skriftlig huvudräkning

Både Hedrén (2001) och Rockström (2000) tar upp att användandet av skriftlig huvudräkning utvecklar elevernas taluppfattning och förståelse för metoden. Utvecklingen sker i och med att

eleverna behöver skriva ut mellanleden i användandet av skriftlig huvudräkning. Det är också i mellanleden som elevens förståelse för och eventuellt felaktiga användning av metoden blir synlig för både lärare och elever. Författarna tar också upp att vid användning av skriftlig huvudräkning tränas eleverna samtidigt i att anpassa val av beräkningsstrategi efter uppgift. I Vasilyevas et al. (2015) studie visar resultatet att de elever i studien som använde sig utav skriftlig huvudräkning hade fler rätt svar på uppgifterna. Liknande resultat fick vi i vår tidigare studie då de elever som hade fått undervisning i både standardalgoritmen och skriftlig huvudräkning hade högre lösningsfrekvens vid användningen av skriftlig huvudräkning än vid användningen av standardalgoritmen (Eriksson & Rosén, 2015). Även i Alms (2007) analys av resultaten från de nationella proven visar det sig att de elever som använde sig av skriftlig huvudräkning hade en högre lösningsfrekvens i uppgifter med addition.

Argument mot skriftlig huvudräkning

Enligt Hedrén (2001) bör skriftlig huvudräkning enbart användas så länge eleven klarar av att utföra beräkningar enkelt. Skriftlig huvudräkning har alltså till skillnad från standardalgoritmen en begränsning i vilka tal metoden bör användas till. Bentley och Bentley (2011) tar upp att det är mellanleden som är det svåra i skriftlig huvudräkning, på liknande sätt som minnessiffrorna är det svåra i standardalgoritmen. De beskriver också att de utifrån deras tidigare analys av ett kompetensutvecklingsprojekt kunde dra slutsatsen att anledningen till att eleverna gjorde fel när de använde sig av skriftlig huvudräkning var för att de blandade ihop mellanleden från olika beräkningsstrategier. Hedrén (2001, 2006) tar också upp att om en specifik beräkningsstrategi i skriftlig huvudräkning rekommenderas av läraren eller om undervisningen av strategin inte baseras på en tidigare begreppsförståelse, leder detta också till ett mekaniskt inlärande av strategin liknande resultatet av att enbart använda sig av standardalgoritmen.

Presentation av de olika beräkningsstrategierna

Av resultatet i sin studie drar Csíkos (2016) slutsatsen att en för tidig automatisering av standardalgoritmen leder till att eleverna skapar sig en felaktig uppfattning kring användningen av metodens tillhörande beräkningsstrategi. Även Mardjetko och Macpherson (2007) tar upp att standardalgoritmen bör introduceras först senare i undervisningen. Dessutom har Hedrén (1999) gjort en studie kring introduktionen av standardalgoritmen där eleverna blev introducerade för denna strategi först i årskurs sex. I studien framkommer det att de flesta av eleverna behöll de tidigare använda beräkningsstrategierna i skriftlig huvudräkning. Detta är ett något annorlunda resultat jämfört med Csíkos (2016) tolkning utav ett av resultaten som Foxman och Beishuizen (2002) analyserade, där det var 51 % av eleverna som behöll standardalgoritmen i sina beräkningar. Enligt Burton (1999, refererad i Murphys, 2004) leder även en för tidig genomgång av skriftlig huvudräkning till att inte samtliga elever får någon matematisk förståelse för hur strategierna inom metoden används.

Undervisning kring en eller flera beräkningsstrategier

Enligt resultatet i Csíkos (2016) studie finns det varken tydliga fördelar eller nackdelar med att behålla en och samma strategi i sina beräkningar av samtliga uppgifter i testet. Däremot tar Alm (2007) upp att om samma beräkningsstrategi används konsekvent kan det leda till att svar på uppgifter kan bli felaktiga och vissa gånger även orimliga. Enligt Varol och Farran (2007) ska elever även få skapa egna strategier i skriftlig huvudräkning samtidigt som de får undervisning i förutbestämda beräkningsstrategier för att inte låsa sig vid enbart en beräkningsstrategi. Löwing (2008) menar också på att elever ska få ta del av olika

beräkningsstrategier för att kunna anpassa val av strategi till uppgift. Även den slutsats vi drar i vår tidigare studie är att elevernas matematiska förmåga gynnas av att ha fått ta del av olika beräkningsstrategier i undervisningen (Eriksson & Rosén, 2015). Dessutom menar Csíkos (2016) att det inte finns någon optimal beräkningsstrategi och därför ska läraren undervisa i olika strategier för att eleven ska kunna välja den strategi som passar dem bäst. För vissa elever är strategier i skriftlig huvudräkning det lämpligaste och som de väljer att använda främst, för andra är det standardalgoritmen. Men Csíkos stannar inte här utan lyfter också fram att elever fortfarande behöver kunna använda sig av olika beräkningsstrategier för att kunna lösa svårare uppgifter.

Beräkningsstrategier i läromedel

Vasilyevas et al. (2015) studie visar att de elever som till största del löste uppgifterna med en strategi i skriftlig huvudräkning hade haft en lärare som använt sig av en lärarhandledning som lyfte ut denna beräkningsstrategi tydligt. Detta till skillnad från de elever som hade fått undervisning av den andra läraren som deltog i studien. Denna lärare hade istället använt sig av en lärarhandledning som tog upp denna beräkningsstrategi i skriftlig huvudräkning som ett av flera förslag på hur uppgifter med ensiffriga tal kan lösas. Författarna anser därför att det är möjligt att skillnader på elevers användande av beräkningsstrategier kan höra samman med hur lärarhandledningar tar upp detta.

Begreppsförståelse

Enligt Bentley och Bentley (2011) krävs det att eleverna har en god begreppslig förståelse för att kunna använda sig av skriftlig huvudräkning. Även användandet av standardalgoritmen kräver att eleverna har en god begreppslig förståelse innan (Mellin-Olsen, 1989). I en studie av Vasilyeva et al. (2015) visar det sig också att elevers tidigare matematiska kompetens påverkar hur de löser mer komplexa uppgifter i matematik. Även Murphys (2004) studie visar på att hur väl elever lyckas ta emot en ny beräkningsstrategi påverkas av deras tidigare matematiska kunskaper samt deras begreppsförståelse. Alm (2007) specificerar detta genom att ta upp för att elever ska kunna använda sig av flera beräkningsstrategier behöver de kunna utnyttja sin förståelse för tals uppdelning, positionssystemet och förståelse för likhetstecknet. Även Hickendorff, van Putten, Verhelst och Heisers (2010) studie visar att elever med en god begreppsförståelse har lättare för att växla mellan olika beräkningsstrategier. Vår tidigare studies resultat visar också att det är av större betydelse att eleverna har fått en undervisning som baserats på en begreppslig förståelse, än vilka beräkningsstrategier som de fått ta del av (Eriksson & Rosén, 2015).

God taluppfattning

En viktig del av att ha en begreppsförståelse är att eleverna har en god taluppfattning. Enligt Reys et al. (1995) består en god taluppfattning av sex aspekter. Vid användandet av beräkningsstrategier i addition är det fyra utav dessa aspekter som eleverna behöver ha en god förståelse för. Dessa aspekter är att eleverna behöver ha en förståelse för positionssystemet, ha automatiserat additionstabellen, ha förståelse för likhetstecknets betydelse samt ha kunskap om olika beräkningsstrategier.

Nedan kommer definitionerna av positionssystemet, automatiserat additionstabellen och likhetstecknets betydelse att presenteras med samma ord som vi använde i vår förra studie.

Positionssystemet

“Positionssystemet bestämmer siffrornas placering och deras värde, vilka motsvaras av benämningarna tiotal, ental, tiondel med mera (Bentley & Bentley, 2011)” (Eriksson & Rosén, 2015, s. 6).

Automatiserat additionstabellen

“Att ha automatiserat additionstabellen innebär att eleverna med flyt ska kunna utföra alla kombinationer av addition (Löwing & Kilborn, 2003) som finns i lilla och stora additionstabellen. Lilla additionstabellen innehåller all addition av två ental som sker utan tiotalsövergång medan det i stora additionstabellen sker en tiotalsövergång” (Eriksson & Rosén, 2015, s. 6-7).

Likhetstecknets betydelse

“Likhetstecknets statistiska betydelse innebär att värdet ska vara lika stort på båda sidor om tecknet (Bentley & Bentley, 2011)” (Eriksson & Rosén, 2015, s. 7).

Procedurell undervisning

I procedurell undervisning får eleverna ta del av olika beräkningsstrategier utan att de bygger på en begreppslig förståelse. Man skiljer också på om eleverna kan använda en strategi korrekt eller om de också vet när strategin ska användas. För att en beräkningsstrategi ska kunna användas i en ny situation måste den först modifieras (Bentley & Bentley, 2011). Bentley (2012) menar att undervisning i dagens skolor ofta sker genom procedurell undervisning, vilket förhindrar elevernas utveckling av begreppsförståelsen. North Whitehead (1911, refererad i Bentley & Bentley, 2011) uttrycker detta som att:

Anledningen till matematikens misslyckande att leva upp till sitt rykte som en stor vetenskap är att de fundamentala idéerna inte förklaras för eleven utan döljs i de mekaniska procedurer, som har skapats för att underlätta presentationen av dem. Således befinner sig den olycklige eleven kämpande med en massa detaljer som inte sätts samman som eller förklaras av något generellt begrepp. (s. 68)

Konceptuell undervisning

En konceptuell undervisning bygger på att eleverna ska få en begreppslig förståelse innan de går vidare till att ta del av olika beräkningsstrategier. En konceptuell undervisning bygger således på både en konceptuell och procedurell kunskap, där eleverna får ta del av begrepp, strategier samt sambanden mellan dessa genom generella matematiska principer. Skillnaden från en procedurell undervisning är alltså att i en konceptuell undervisning ges beräkningsstrategierna som tas upp även en begreppslig förankring (Bentley & Bentley, 2011). Bentley och Bentley poängterar att fokus i undervisning ska ligga på förståelsen för de matematiska begreppen för att eleverna inte ska lära in en mängd detaljer med avsaknad av sammanhang. I den konceptuella undervisningen läggs också vikt vid att de kunskaper som lärs ut till eleverna i en specifik kontext ska kunna överföras och tillämpas i en annan bekant kontext. Dessutom läggs vikt vid att eleverna behöver ha fått de förkunskaper som krävs för nästkommande del innan man går vidare i undervisningen (Bentley, 2012). Däremot varnas lärare för att användning av fler representationer av begreppet för att introducera ett nytt begrepp kan försvåra inläringen av begreppet för eleven. Detta leder till att eleven får svårt att urskilja begreppens kännetecken och även minska möjligheten för eleven att se sambanden

mellan begreppen. Dock kan också fler begreppsmodeller ge en rikare uppfattning kring ett begrepp (Bentley & Bentley, 2011).

Begreppsförståelse i läromedel

Enligt Bentley och Bentley (2011) består ofta läromedel av procedurella uppgifter. De lyfter också att eleverna ofta efter att ha fått lära sig en beräkningsstrategi arbetar med flera uppgifter i rad som är anpassade till just denna strategi. Detta gör att läraren inte märker om eleverna har uppfattat beräkningsstrategin korrekt, vilket kan leda till att när eleverna möter en uppgift som inte passar in i mönstret tenderar det till att de inte klarar av att lösa uppgiften.

Läromedel

Begreppet läromedel innefattar ett vitt område av olika hjälpmedel som läraren kan använda sig utav i sin undervisning. I vår presentation utav tidigare forskning kring läromedel har vi valt att förhålla oss till begreppet på ett sådant sätt att det enbart inbegriper lärobok och lärarhandledning med tillbehör som tillhör en och samma serie. Detta val har vi gjort utifrån att den forskning vi har tagit del av använder begreppet läromedel på detta sätt. Dock har forskarna även ibland använt mer specificerade begrepp som lärobok och lärarhandledning. Detta gör vi skillnad på genom att använda oss av samma begrepp som respektive författare använt sig av i sin text.

Matematik är idag det ämne vars undervisning är mest beroende av läroboken (Skolverket, 2003) och i rapporten från TIMSS 2011 (Skolverket, 2012) visar det sig att Sverige är ett av de länder som använder sig av läroboken mest i matematikundervisning. Även Ahl et al., (2015) och Johansson (2006) belyser lärobokens centrala roll i matematiken och att undervisningen länge baserats på lärobokens utformning.

Remillard et al. (2014) tar upp att läromedel allmänt sett används som det huvudsakliga verktyget för lärare när de ska introducera områden i matematik. En anledning till detta är att läroböcker oftast utformas utifrån att dessa identifierar de olika områdena och ordnar dem utefter när och hur eleverna behöver utforska de olika delarna i matematiken (Johansson, 2005a). Skolverkets (2003) granskning visar att både innehåll, uppläggning och organisation av undervisningen styrs av läroboken. Granskningen visar också att lärare använder sig enbart av den bild som läroboken ger, vilket ofta är en begränsad bild av matematiken. Enligt Johansson (2006) diskuteras sällan matematiken vilket resulterar i att lärare som följer läromedlen ofta missar eller förbiser viktiga områden i matematiken som inte läromedlet tar upp. Hon tar också upp att läroböckerna sällan har fler sätt att förklara på om det är så att en elev inte förstår (Johansson, 2005b). En anledning till att många lärare idag ändå följer läroböckerna är för att de är oroliga att missa någon väsentlig del av det matematiska innehållet (Manouchehri & Goodman, 1998). En annan anledning är att många läromedel är utformade efter samma struktur, vilket gör att lärare förlitar sig på att det som nämns i böckerna är det mest centrala (van Steenbrugge & Berqvist, 2014). Däremot, enligt Johansson (2006), garanterar faktiskt läroböcker i sig inte att kursplanen i matematik följs.

Tvärtom mot ovanstående tar Johansson (2005b) upp att många lärare idag inte känner sig styrda av läromedlen. Johansson (2005b, 2006) lyfter också att lärare inte heller är tvungna att använda läroböckerna på ett specifikt sätt. Hon menar att läraren istället bör ha rollen att förmedla texten i läroböckerna.

Enligt de nationella kvalitetsgranskningar som gjordes år 2001-2002 av Skolverket (2003) framkom att det vanligaste förhållningssättet bland lärare till användningen av läroboken då var "att låta ett läromedel stå för måltolkning, arbetsmetoder och uppgiftsval" (s.39). Förhållningssättet att utgå från kursplanen och använda läroboken som enbart ett av flera hjälpmedel, är alltså ovanligt enligt granskningen. Däremot visar en senare undersökning av Ahl, Hoelgaard och Koljonens (2013) att svenska och finska lärare använder sig utav mer än lärarhandledningen i sin planering, samt att när de använder handledningen är det oftast på det sätt att de läser igenom lärarhandledningen inför ett nytt område eller kapitel.

Påverkan

Remillard (2005) tar upp att det finns fyra olika sätt som forskare ser på användandet av läromedel, varav författaren förespråkar perspektivet att både läromedlet och läraren påverkar varandra. Detta innebär att de båda förändras genom den interaktiva process som sker när läraren planerar undervisningen. Även Stein och Kaufman (2010) menar att det finns en ömsesidig påverkan av läromedlets funktioner och hur läraren använder sig utav dessa.

Läromedlets påverkan

Läromedel skrivs av författare vilka tillför ett specifikt pedagogiskt förhållningsätt (Johansson, 2005b). Läromedel innehåller även författarnas tolkning av det som står i läroplanen (Ahl et al., 2015). Läromedlen är alltså inte objektiva, utan de är vinklade efter författarnas syn på undervisning. Remillard (2005) talar om att läromedel har en röst, vilket hon menar innebär hur författarna framträder i läromedlet samt hur dessa tilltalar den tänkta läsaren. Hur författarna framträder kan man se i och med om pronomen finns i första person (jag, vi) eller inte, det vill säga om författarna bakom läromedlet syns eller inte. Hur författarna tilltalar läsaren kan man se skillnad i om de använder sig utav pronomen i andra person (du, ni) + verb, vilket innebär om författaren berättar för läsaren om läsaren själv eller inte.

Även om det finns författare bakom våra läromedel, visar forskning på att lärare ofta använder läromedel på ett helt annat sätt än vad författarna egentligen har tänkt (van Steenbrugge & Begqvist, 2014). En anledning kan vara att även om lärare genomgående följer läromedlets struktur, visar forskning på att lärare ändå tappar ca 40 % av innehållet som presenteras i läromedlet (Johansson, 2005b). En annan anledning kan vara att det är skillnad på om lärare enbart går igenom läromedlen eller om det till fullo tar till sig hela läromedlets budskap och avsikt (Remillard, 2005). Även Chavez (2003) fann i sin studie att de lärare som använde sig av samma läromedel använde det på olika sätt. Han drar slutsatsen att det är möjligt att lärarna använde sig av läroboken utan att lyfta de antaganden som hör till, och att det därför gjord att lärarna inte påverkades tillräckligt av läromedlet för att hela det matematiska sammanhanget som presenterades skulle synas i undervisningen. Ytterligare en anledning, som Hoelgaard (2015) tar upp, är att lärare anser sig vara extra skickliga om de inte arbetar efter en lärarhandledning.

Ahl et al. (2015) och Johansson (2003) menar att läromedel påverkar lärarens planering av undervisningen vad gäller bland annat lektioners utformning samt vilka diskussioner som kan föras kring det område som tas upp. Detta visar sig framförallt i hur och när läraren väljer att introducera ett nytt område (Johansson, 2006). Ahl et al. (2015) och Johansson (2005b) nämner också att läromedlen påverkar i vilken ordning som de olika områdena tas upp i undervisningen. Lloyd (1999) har en annan syn på läromedlens påverkan, vilket är att läromedel inte beskriver hur lärare ska undervisa, utan istället påverkar lärarens syn på hur

matematik bör undervisas. Även Noh och Webb (2015) tar upp att läromedel kan ändra lärarens inställning till hur och vad man ska undervisa. Lärarens inställning till matematiken påverkar i sin tur vilken syn eleverna kommer att ha på matematiken (Bentley, 2012). Både Ahl et al. (2015) och Stein och Kaufman (2010) tar dock upp att läromedel har en begränsad inverkan på lärarens undervisning. En slutsats som Noh och Webb (2015) drar är också att varje individuell lärare kan påverkas olika mycket av ett och samma läromedel.

Ur kvalitetsgranskningarna som gjordes år 2001-2002 (Skolverket, 2003) drar Skolverket slutsatsen att ett bra läromedel kan ge en positiv utveckling på undervisningen. Även forskning visar på att läromedel kan användas som stöd för läraren i dennes undervisning (Ahl et al., 2013; Stein & Kaufman, 2010). Johansson (2006) nämner också att läraren kan använda läromedel som en källa för att hämta inspiration, idéer och övningar som denne kan anpassa till sin rådande klassrumssituation. Ahl et al. (2013) samt Noh och Webb (2015) menar att läromedel också har en möjlighet att stödja lärarnas eget lärande. Däremot drar Noh och Webb (2015) även slutsatsen att ett läromedel, oavsett hur mycket stöd det ger, alltid behöver kompletteras med ytterligare arbete från lärarens sida. Lloyd (1999) och Johansson (2003) tar dessutom upp att läromedlets stödjande struktur för en del lärare istället kan upplevas som ett hinder i deras egen påverkan av utformningen kring deras undervisning.

Lärarens påverkan

Brown (2002) tar upp att samma läromedel kan användas på olika sätt av olika lärare. En anledning till detta är att lärare aktivt skapar sitt eget läromedel (Remillard, 2005). Ben-Peretz (1990) lyfter dessutom fram att lärare ska rekonstruera läromedel så att de passar till lärarens elever och specifika klassrumssituationer. Om detta ska vara möjligt är det en förutsättning att läraren aktivt tar ställning till användandet av det läromedel som finns till hands för dennes utformning av undervisningen.

Hur ett läromedel kommer att användas beror på den specifika läraren. Det som läraren bär med sig och som påverkar dennes användning av läromedlet är enligt Remillard (2005) bland annat vilka ämnesdidaktiska kunskaper och rena ämneskunskaper läraren har samt dennes tidigare yrkeserfarenhet. Detta visar däremot Stein och Kaufmans (2010) studie inte har så stor påverkan på hur läraren genomför det som tas upp i läromedlet. Ytterligare delar som Stein och Kaufman tar upp påverkar hur läraren väljer att använda sig av läromedlet är vilka elever och vilka omständigheter som finns i klassrummet. Dock är det som har störst inverkan enligt Johansson (2006) lärarens antagande om användbarheten av läromedlet samt vad för betydelse de lägger i läromedlet. Davis och Krajcik (2005) lägger också till att vilken aktivitet som läraren ska ha och vad läraren väljer att läsa påverkar hur läromedlet används. De tar också upp att lärarens åsikter kring lärande jämfört med de mål som läromedlet har påverkar hur mycket läraren kommer att använda sig av materialet. I Stein och Kaufmans (2010) studie visar det sig att det är hur läraren samtalar kring de matematiska idéerna ifrån läromedlet som till största del påverkar hur denne tar till sig materialet. Dessutom påpekar Johansson (2003) och Lloyd (1999) att lärarens egen självkänsla speglar hur denne förhåller sig till materialet.

Instruerande läromedel

I en instruerande lärarhandledning ges en kort information som hör till ett vidare sammanhang som läsaren redan antas ha kunskap om och därför behövs det inte skrivas ut. Handledningarna innehåller också instruerande förslag som anger vad lärare eller elev ska göra eller säga (Remillard et al., 2014). I en instruerande lärarhandledning ges alltså inget stöd till läraren i hur den redan korta informationen till uppgifterna kan användas (Noh & Webb,

2015). Lärarna som ingick i Ahls et al. (2015) studie ansåg också att de lärarhandledningar som de använde hade brister i det stöd de kunde ge. De ansåg också att handledningarna bland annat saknade förslag på hur de skulle kunna variera och individualisera sin undervisning. Lärarna önskade även ha haft med förslag på hur de kunde hjälpa elever som kört fast. Även Lloyd (1999) tar upp att lärare har svårt att förhålla sig till ett instruerande läromedel. Enligt Johansson (2003, 2005b) är det vanligt att läromedel talar genom läraren till eleverna. Detta är en nackdel, och Johansson menar att läromedel istället borde tala till läraren direkt, om de uppgifter som tas upp samt de underliggande matematiska principerna. Med detta menas att läromedel är utformade på ett sådant sätt att läromedlet är tänkt ska kunna användas av eleverna direkt, utan lärarens undervisning. Med andra ord, att läromedlet ska vara tillräckligt instruerande så att eleverna ska kunna använda sig utav detta utan stöd från läraren. Däremot visar Remillards et al. (2014) studie att lärare kan ha nytta av instruerande delar i en lärarhandledning, om de förslag som tas upp också är kombinerade med utvecklade förklaringar.

Enligt Johansson (2006) är det vanligt att instruerande läromedel i matematik används i Sverige. Lithner (2008) tar också upp att det finns en press på att läroböcker ska vara instruerande, för att eleverna ska kunna arbeta med dem själva, vilket ska ge tid till läraren att gå runt och hjälpa varje elev utifrån dennes individuella nivå. Även Johansson (2005a) tar upp att läroböcker ofta är utformade på ett sådant sätt att eleverna ska kunna arbeta enskilt. Enligt Johansson (2003, 2006) struktureras svenska läroböcker dessutom på ett monotont sätt, där det först ges en introduktion bestående av en definition och ett exempel för att därefter följas av ett metodval samt flertalet uppgifter till eleverna att lösas genom enskild tyst räkning. Detta är inte ett effektivt sätt att utveckla elevernas matematiska förmåga enligt Ahl et al. (2013).

De uppgifter som tas upp i introducerande läromedel är uppgifter som ska lösas med hjälp av metoder utan att det ges något sammanhang till de underliggande matematiska principerna. Läroböckerna presenterar också oftast enbart en av flera möjliga lösningar. Detta leder till att eleverna genomför metoderna på rutin utan att förstå varför de använde sig av de metoder som tagits upp (Stein & Kaufman, 2010). Johansson (2005a) tar upp att svenska läroböcker innehåller uppgifter med få argument och förklaringar till de underliggande matematiska principerna. I Skolverkets (2003) kvalitetsgranskning visar det sig att eleverna, i de klassrum som hade observerats, mycket riktigt till stor del enbart kopierade de metoder som hade lärts ut. Enligt Lithner (2008) är det också så att många elever idag använder sig av att kopiera läroböckernas metoder utan att ha en grundläggande förståelse för den metod de använder, vilket leder till att eleverna kommer fram till felaktiga svar. Van Steenbrugge och Berqvist (2014) tar dessutom upp att svenska läromedlen ofta tar upp flera saker samtidigt utan att sambanden mellan dessa tas upp. Detta kan enligt författarna orsaka förvirring. Enligt Stein och Kaufmans (2010) studie leder ett läromedel som är uppbyggt på så sätt att område efter område snabbt går igenom och de matematiska principerna tas upp bitvis flertalet gånger, till att elever aldrig får ta del av de generella matematiska principerna i sin helhet. Detta leder till att även lärare har svårt att få syn på de matematiska principer som ligger bakom.

Bildande läromedel

Bildande läromedel är designat för att främja både elever och lärares lärande (Davis & Krajcik, 2005; Noh & Webb, 2015). Johansson (2003) tar dessutom upp att i Sverige har man sett en tendens till att läroböcker är anpassade både till lärare och elever, och i Remillards

et al. (2014) studie visar det sig att ett läromedel i Sverige har en mer bildande lärarhandledning än de i studien granskade lärarhandledningar i Belgien och USA.

Flertalet forskare har undersökt och kommit fram till vad ett bildande läromedel bör innehålla. Nedan följer en sammanfattande återgivning av vad dessa forskare har kommit fram till att ett bildande läromedel ska innehålla.

Genomskinlig struktur

Lärarhandledningens struktur ska vara genomskinlig. Detta innebär att författarens pedagogiska syften tydligt ska skrivas ut för att lärarna ska förstå varför till exempel en metod rekommenderas. Författaren ska synas och tala till läraren istället för att bara guida läraren (Davis & Krajcik, 2005; Noh & Webb, 2015; Remillard et al., 2014).

Möjliggörande av lärarens eget besluttande

En annan del som lärarhandledningen också ska innehålla är att den ska hjälpa läraren att aktivt fatta egna beslut om hur denne ska använda sig utav den information som läromedlet ger. Lärarhandledningen ska också hjälpa läraren i hur denne ska kunna använda sig av sina personliga kompetenser och egenskaper, för att integrera sin kunskap med den från läromedlet (Davis & Krajcik, 2005; Noh och Webb, 2015; Remillard et al., 2014). I Remillards et al. (2014) studie visar det sig att sammanlagt har de två svenska lärarhandledningarna som undersöktes högre grad av delar som förespråkade lärarens eget besluttande än de andra ländernas handledningar.

Beskrivning av elevers uppfattningar

Beskrivningar av elevers uppfattningar och missuppfattningar är ytterligare en del som bildande lärarhandledningar bör innehålla. Dessutom ska det förklaras varför elever tänker på ett visst sätt och hur man som lärare kan förhålla sig till och arbeta vidare med detta (Ahl et al., 2013; Davis & Krajcik, 2005; Noh och Webb, 2015).

Förklaringar av generella matematiska principer

Lärarhandledningar ska också innehålla förklaringar av de generella matematiska principerna som ligger till grund för det innehåll som tas upp för att skapa samband mellan generella matematiska principer och specifika metoder. Detta innebär till exempel att matematiska begrepp ska förklaras samt samband och relationer mellan begreppen ska lyftas fram (Ahl et al., 2013; Davis & Krajcik, 2005; Remillard et al., 2014). Noh och Webb (2015) lägger dessutom till att flera representationer ska användas när ett begrepp introduceras för att skapa en bättre förståelse. I Stein och Kaufmans (2010) studie visar det sig också att de lärare som hade använt sig av ett läromedel som gav mycket stöd i förståelsen av matematiken bakom uppgifterna bättre kunde upptäcka och förstå de matematiska principerna bakom dem samt framföra detta till eleverna.

Samband mellan olika matematiska områden

Att relationerna mellan de olika matematiska områdena ska tas upp är också en del som bildande läromedel ska innehålla. Detta innebär dels att de olika områdena ska tas upp under sammanhängande övergripande teman, vilket kan vara en generell matematisk princip, dels att

relationer mellan de olika områdena ska lyftas fram (Ahl, 2013; Noh och Webb, 2015; Stein & Kaufman, 2010).

Öppna uppgifter

Uppgifterna i läromedel ska vara öppna samt bestå av verklighetsförankrade problem. Detta för att såväl lärare som elever då behöver utforska matematiken som ligger bakom samt föra matematiska resonemang (Noh & Webb, 2015; Stein & Kaufman, 2010). Enligt Davis och Krajcik (2005) ska läromedel ge flertalet möjligheter för eleverna att få förklara tankarna bakom sina lösningar.

Stödja lärarens eget lärande

Forskare tar också upp att lärarhandledningen ska stödja lärarens lärande i dennes ämnesdidaktiska kunskaper (Hoelgaard, 2015). Detta genom att olika lärandetillfällen för läraren skapas i lärarens dagliga praktik (Davis & Krajcik, 2005; Noh & Webb, 2015). Ett exempel är när läraren ska sätta sig in i de uppgifter, som senare ska lösas av eleverna, behöver läraren gå tillbaka till sina tidigare matematiska kunskaper för att kunna sätta sig in i de matematiska principerna som är nödvändiga för att lösa uppgifterna (Noh & Webb, 2015). Med andra ord sker lärarnas eget lärande genom att de lägger till ny kunskap till den repertoar de redan har (Davis & Krajcik, 2005). Däremot lyfter Davis och Krajcik också fram att hur stor del som lärarhandledningen kan stödja lärarens lärande är upp till hur den individuella läraren tar tag i de lärtillfällen som dyker upp.

Även om ett bildande läromedel kan användas som ett stöd, i och med det som tagits upp i ovanstående stycke, lyfter några av forskarna att läromedlet inte kommer att kunna stödja varje lärare. Detta eftersom att olika lärare behöver olika sorters stöd för att de har olika förutsättningar, sett till både individ och omständigheter i klassrummet (Davis & Krajcik, 2005; Remillard, 2005). Av denna anledning rekommenderas det att lärare även om de använder sig av ett bildande läromedel kompletterar detta med andra material (Davis & Krajcik, 2005).

Sammanfattningsvis visar flertalet undersökningar på att läromedel har en dominerande roll i matematikundervisningen. Forskning visar också att läromedel påverkar hur lärare utformar sin undervisning. Hur mycket och på vilket sätt beror däremot på varje individuell lärare. Enligt TIMSS (Skolverket, 2012) undersökning visar det sig att svenska elever i årskurs fyra har stora brister inom delområdet *Taluppfattning och aritmetik*. Både forskning och vår tidigare studie (Eriksson & Rosén, 2015) tyder på att lärarens undervisning kring olika beräkningsstrategier samt begreppsförståelse påverkar elevernas matematiska kompetens. Utifrån detta vill vi undersöka hur läromedel presenterar beräkningsstrategier inom addition och vilket stöd som ges till lärarna kring detta, eftersom forskning har visat på att läromedel har en möjlig påverkan på lärarens utformning av undervisningen.

Syfte och frågeställningar

I beräkningar inom addition består metoderna standardalgoritmen och skriftlig huvudräkning utav en respektive sju olika beräkningsstrategier. Vårt syfte med studie blir följaktligen att ta reda på hur lärarhandledningar i matematik presenterar och behandlar olika beräkningsstrategier i addition. Utifrån detta syfte har dessa frågor utkristalliserat sig:

- I vilken ordning presenteras de olika beräkningsstrategierna?
- Vilket utrymme ges de olika beräkningsstrategierna?
- Vilka motiv anger författarna att de har för valet av de beräkningsstrategier som tas upp?
- Hur ges förklaringarna till beräkningsstrategierna en begreppslig förankring?
- Vilket stöd ges till lärarna för att de ska skapa förståelse för olika beräkningsstrategier?

Teoretiska utgångspunkter

Under denna rubrik kommer vår teoretiska utgångspunkt och vårt analysverktyg att presenteras. Vi har tagit stöd av definitionen utav standardalgoritmen och sju beräkningsstrategier i skriftlig huvudräkning, begreppen procedurell och konceptuell undervisning samt Remillard's et al. (2014) analyschema över lärarhandledningars innehåll.

Beräkningsstrategin i standardalgoritmen

I addition finns det enbart en beräkningsstrategi vid användandet av standardalgoritmen. Denna redogör vi mer för samt ger exempel på i vår forskningsbakgrund under rubriken ”Algoritmer”.

Beräkningsstrategier i skriftlig huvudräkning

Vid beräkningar med addition har användning av olika strategier kategoriserats utav ett flertal författare. I vår tidigare studie sammanställde vi dessa beräkningsstrategier till sju stycken strategier i skriftlig huvudräkning. Vi benämnde dessa strategier som *varje talsort för sig*, *flytta över*, *ombytt ordning*, *hundra-/tiokamrater*, *kompensering*, *räkna från det största talet* och *uppdelning*. Nedan följer de definitioner på vardera utav de beräkningsstrategier som vi använde oss av i vår tidigare studie. Till de exempel som tas upp återfinns också de författare som tagit upp strategin i sin bok, fast ibland nämner författarna beräkningsstrategierna under ett annat namn.

”**Flytta över** innebär att man tar bort ett fåtal ental eller tiotal från det ena talet och lägger till samma ental på det andra talet, för att få hela hundra-/tiotal att arbeta med. Därefter adderar man de två talen” (Eriksson & Rosén, 2015, s. 10).

Exempel:

$$197 + 344 = 197 + 3 + 344 - 3 = 200 + 341 = 541$$

(Bentley & Bentley, 2011; Rockström, 2000)

”**Ombytt ordning** innebär att man adderar talen i en annan ordning än vad de står i från början i uppgiften, för att få hundra-/tiotal kamrater vilka är enklare att räkna med” (Eriksson & Rosén, 2015, s. 10).

Exempel:

$$23 + 36 + 47 + 54 = 23 + 47 + 36 + 54 = 70 + 90 = 160$$

(McIntosh, 2008; Rockström, 2000)

”**Hundra-/Tiokamrater** innebär att man gör om det ena talet till närmaste hundra- eller tiokamrat, för att få ett enklare tal att räkna utifrån” (Eriksson & Rosén, 2015, s. 10).

Exempel:

$$37 + 66 = 37 + 3 + 63 = 40 + 63 = 103$$

(Bentley & Bentley, 2011; Löwing, 2008; Rockström, 2000)

”**Kompensering** innebär att talen görs om till närmaste hundra- eller tiokamrat för att sedan adderas. Därefter subtraherar man summan av förändring ifrån summan av de förenklade talen” (Eriksson & Rosén, 2015, s. 11).

Exempel:

$$297 + 96 + 198 = 300 - 3 + 100 - 4 + 200 - 2 = 600 - 9 = 591$$

(Bentley & Bentley, 2011; McIntosh, 2008; Rockström, 2000)

”**Räkna från det största talet** innebär att man utifrån det största talet i uppgiften bitvis lägger till det mindre talet, för att göra beräkningarna enklare” (Eriksson & Rosén, 2015, s. 11).

Exempel:

$$28 + 43 = 43 + 20 + 8 = 63 + 8 = 71$$

(Löwing, 2008; McIntosh, 2008)

”**Varje talsort för sig** innebär att man först adderar hundratalet, därefter tiotalen, sedan entalen, därefter tiondelarna och så vidare. Sedan adderas vardera dels summa ihop till slutsumman. Detta görs för att få enklare beräkningar än den ursprungliga. Denna beräkningsstrategi går att använda vid alla additionsuppgifter (Rockström, 2000)” (Eriksson & Rosén, 2015, s. 11).

Exempel:

$$244 + 127 + 301 = 200 + 100 + 300 + 40 + 20 + 4 + 7 + 1 = 600 + 60 + 12 = 672$$

(Bentley & Bentley, 2011; McIntosh, 2008; Rockström, 2000)

”**Uppdelning** innebär att man delar upp det ena eller båda talen och istället adderar dessa mindre delar för att få enklare beräkningar att utföra” (Eriksson & Rosén, 2015, s. 11).

Exempel:

$$56 + 8 = 50 + 6 + 6 + 2 = 50 + 12 + 2 = 62 + 2 = 64$$

(Bentley & Bentley, 2011)

Procedurell och konceptuell undervisning

Utifrån att analysera hur lärarhandledningar behandlar positionssystemet, automatisering av additionstabellen samt likhetstecknets betydelse, kommer vi att kunna se om lärarhandledningarna bygger presentationen utav beräkningsstrategier i addition på en procedurell eller konceptuell undervisningen. Den definition av dessa begrepp som Bentley och Bentley (2011) ger är att i en procedurell undervisning lärs beräkningsstrategier ut som mekaniska procedurer utan att bygga på en begreppslig förståelse medan det i en konceptuell undervisning bygger lärandet kring beräkningsstrategier på en begreppsförståelse. Dessa två olika synsätt på undervisningen redogörs mer kring i vår forskningsbakgrund under rubriken ”Begreppsförståelse”.

Instruerande eller bildande lärarhandledning

Remillard et al.(2014) tar upp att en lärarhandledning kan vara instruerande eller bildande. De har också arbetat fram ett schema för att analysera innehållet i lärarhandledningar utifrån detta. Nedan följer vår svenska översättning av detta schema.

Tabell 1. Analysschema över instruerande och bildande delar i lärarhandledningar

Instruerande delar	Instruerande delar med något mer bildande karaktär	Bildande delar
Instruerande handlingar anger vad lärare eller elev ska göra eller säga.	Instruerande handlingar med stöd innebär att instruerande handlingar skrivs ut med en tillhörande utvecklande förklaring.	Förklaring av generella matematiska principer innebär att definitioner redogörs för och att viktiga matematiska begrepp och samband förklaras. Besluttagande innebär att lärarhandledningen ska indikera på att läraren aktivt ska fatta egna beslut kring det som tas upp i lärarhandledningen. Genomskinlig struktur innebär att författarens avsikt bakom strukturen av innehållet i lärarhandledningen skrivs fram tydligt. Förtutseende av elevers uppfattningar innebär att lärarhandledningen tar upp förväntade uppfattningar och troliga missuppfattningar bland eleverna, samt hur läraren kan arbeta vidare med dessa.
Referentiell information innebär att information kring en lektion skrivs ut utan att sammanhanget specificeras mer då mottagaren redan antas ha förståelse kring detta.		

I vår analys utav lärarhandledningarnas innehållande av påvisande av lärarens eget besluttagande samt handledningens strukturs genomskinlighet kommer vi också att analysera utifrån det Remillard (2005) tar upp angående om ett läromedel talar till läraren eller genom läraren. Detta tar vi upp mer genomgående i vår forskningsbakgrund under rubriken ”Läromedlets påverkan”.

Definitonen av standardalgoritmen som görs i forskningsbakgrunden samt de olika beräkningsstrategier i skriftlig huvudräkning, som har tagits upp ovan, kommer vi att använda oss av som analysverktyg i bearbetningen av vår införskaffade empiri i form av kategorisering av de beräkningsstrategier som tas upp i lärarhandledningarna. Genom att analysera hur lärarhandledningarna behandlar begreppen positionssystemet, automatisering av additionstabellen samt likhetstecknets betydelse, kommer vi att kunna se om lärarhandledningarna bygger presentationen utav beräkningsstrategier i addition på en procedurrell eller konceptuell undervisningen. För att kunna avgöra vilket stöd som lärarhandledningen kan tänkas ge till läraren, kommer vi att använda oss utav det schema över kategorisering av instruerande och bildande delar i lärarhandledningar, som presenterats ovan.

Metod

I denna del kommer vi att beskriva vårt metodval av en kvalitativ innehållsanalys av fyra olika lärarhandledningar i matematik. Vi kommer även att beskriva anledningarna bakom vårt urval, de etiska ställningsstaganden som vi gjort samt redogöra för kvaliteten i vår studie. Vårt analysredskap kommer också att presenteras i denna del.

Urval och begränsningar

Resultatet av vår tidigare studie visar att elevers matematiska kompetens gynnas av en undervisning som bygger på begreppsförståelse och tar upp olika beräkningsstrategier (Eriksson & Rosén, 2015). Dock visar rapporten från TIMSS 2011 (Skolverket, 2012) att elever i årskurs fyra har stora brister i sitt kunnande vad gäller aritmetik och taluppfattning. Utifrån dessa anledningar valde vi att analysera hur lärarhandledningar i matematik presenterar beräkningsstrategier i addition. Vi valde även att begränsa vårt datamaterial till enbart lärarhandledningar i årskurs fyra och för enbart addition med hela tal. Detta gjorde vi av två anledningar. En anledning var för att det är i årskurs fyra som eleverna möter beräkningsstrategierna i mellanstadiet, och då först också i samband med hela tal, och att man då kan anta att det ges en mer noggrann genomgång av dessa än i senare årskurser, vilket tas upp av Davis och Krajcik (2005). Den andra anledningen var för att vi inte skulle få ett för omfattande material att analysera, då det enligt Cohen, Manion och Morrison (2011) kan försämra analysens kvalitet samt enligt Stukát (2005) är bättre med ett mer avgränsat material om man ska kunna analysera mer djupgående. Av samma anledning valde vi också att enbart analysera det lärarhandledningen tar upp direkt kopplat till övningssidorna i elevernas lärobok, och vi har därför inte analyserat arbetsblad, prov, läxor med mera. Vi valde även att enbart analysera de delar av lärarhandledningen som berör grunddelen av elevernas lärobok, och inte efterföljande spår på olika nivåer. Detta val gjorde vi för att läroböckerna, och på så vis lärarhandledningen, varierade i upplägg efter grunddelen. Vi valde också att enbart analysera rena additionsuppgifter, alltså inga textuppgifter, för att denna studies resultat ska kunna jämföras med vår förra studies resultat, där vi enbart testade elevernas användning av olika beräkningsuppgifter i rena additionsuppgifter (Eriksson & Rosén, 2015).

Då det visade sig vara svårt att få tag på lärarhandledningar i matematik, valde vi att göra ett tillgänglighetsurval, vilket innebär att man utnyttjar det material man får tag i. Detta är en vanlig urvalsmetod inom kvalitativa studier (Thornberg & Fejes, 2015). Utav de läromedelsförlag som vi kontaktade var det enbart ett förlag som kunde skicka ut provexemplar. Utav detta förlag fick vi lärarhandledningar tillhörande två olika läromedel. Ytterligare ett läromedel fick vi tillgång till genom biblioteket, och ett annat fick vi tillgång till genom en skola en av våra studiekamrater har haft praktik på. De fyra lärarhandledningar som vi har analyserat presenteras nedan.

Förlaget Natur och Kultur:

- *Pixel Matematik 4A-4B Lärbok* (Alseth, Nordberg & Røsseland, 2007).

Förlaget Sanoma Utbildning:

- *Matte Direkt Borgen Lärarhandledning 4A-4B* (Flack & Picetti, 2011-2012).
- *Koll på matematik 4A-4B Lärarguide* (Björklund & Dalsmyr, 2014-2015).

Förlaget Liber:

- *Mattespanarna Lärboken 4A-4B* (Hernvald, Kryger & Persson, 2011-2012).

Lärohandledningarna tillhörande *Pixel* är inte reviderade efter Lgr 11, dessa kommer ut först i juni 2016 för årskurs fyra. *Matte Direkt Borgens* lärohandledningar är den nya upplagan som är reviderad utifrån Lgr 11. Lärohandledningarna tillhörande *Mattespanarna* och *Koll på matematik* är båda utformade efter Lgr 11. Däremot håller läromedel tillhörande *Koll på matematik* fortfarande på att tillverkas och samtliga delar för årskurs 4-6 att ha kommit ut först i mars 2017.

Tillvägagångssätt

Vi valde att använda oss av en kvalitativ innehållsanalys vid vår analys av lärohandledningarna. Enligt Stukát (2005) lämpar sig innehållsanalys bra att använda sig av vid läromedelsanalyser. Nedan kommer vi att förklara tydligare vad en innehållsanalys innebär och hur man kan gå tillväga när man gör en sådan.

Kvantitativ och kvalitativ innehållsanalys

De övergripande delarna i en innehållsanalys är att identifiera mönster, strukturer, särskilda drag eller samband. Detta görs genom användning av någon form av analysredskap (Larsen, 2009; Widén, 2015). Däremot hur man går tillväga när man bearbetar texten, vad man fokuserar på och vilka slutsatser man kan dra beror på om man gör en kvantitativ eller en kvalitativ innehållsanalys.

Enligt Stukát (2005) används innehållsanalys främst kvantitativt. I den kvantitativa innehållsanalysen räknar man förekomsten av vissa utvalda företeelser i en text (Bergström & Boréus, 2005). Bergström och Boréus tar också upp att det även många gånger inte är det viktigaste hur många gånger en företeelse nämns, utan av större betydelse i vilket sammanhang det tas upp i texten. Bergström och Boréus menar också att den kvantitativa innehållsanalysen lämpar sig bäst för att finna mönster i större material och för att göra grova kategoriseringar, där även ibland sammanhanget bortses ifrån. Att kvantifiera en stor mängd material var inget som lämpade sig till våra frågeställningar, och därför använde vi oss inte av den kvantitativa innehållsanalysen som metod.

Även kvalitativ innehållsanalys lämpar sig bra till att analysera skriftliga texter enligt Widén (2015). I en kvalitativ analys av texter läser man de olika delarna av texten och försöker koppla samman delarna i sin helhet och kontexten där texten tillhör (Esaiasson, Gilljam, Oscarsson & Wängnerud, 2003). Ett mål med analysen är också att försöka att förstå det som står i texten och även det som ligger dolt under ytan (Esaiasson et al., 2003; Widén, 2015). Esaiasson et al. (2003) tar också upp vikten av att läsa texten flera gånger, när man ska genomföra en kvalitativ analys av texter. Bergström och Boréus (2005) lyfter också fram att det kan finnas med mindre kvantifierade delar som behöver mer komplicerade tolkningar i en kvalitativ innehållsanalys. Fyra av våra frågeställningar lämpade sig väl för att användas av en kvalitativ innehållsanalys. Däremot var vår andra fråga, angående vilket utrymme som ges till olika beräkningsstrategierna, mer av en kvantitativ karaktär. Däremot har vi inte gått in i detalj och räknat antalet uppgifter eller sidor som de olika beräkningsstrategierna tar upp, utan vi har uppskattat och noterat om utrymmet tydligt skiljer sig åt. Utifrån detta, och med det Bergström och Boréus tar upp kring kvantitativa delar i en kvalitativ analys, anser vi att vi ändå inte har kombinerat kvantitativ och kvalitativ innehållsanalys, utan enbart använt oss utav den kvalitativa.

Esaiasson et al. (2003) tar upp att en kvalitativ analys av en text kan göras antingen utifrån att kritiskt granska texten eller för att systematisera innehållet. I vår studie systematiserade vi innehållet i lärarhandledningarna för att vi skulle kunna besvara våra frågeställningar och göra jämförelser mellan de olika lärarhandledningar vi analyserar. Esaiasson et al. delar även upp att systematisera innehållet i tre underkategorier, vilka är att klargöra tankestrukturen, ordna logiskt och klassificera. Av dessa valde vi i vår studie att använda oss av att klassificera innehållet i lärarhandledningarna, vilket enligt Esaiasson et al. innebär att man använder sig av ett analytiskt redskap för att ordna in innehållet i olika teman eller kategorier. Hur vårt analysredskap har sett ut har vi presenterat under våra teoretiska utgångspunkter.

Utvecklande av ett analysredskap

Vid en kvalitativ analys utav texter är första uppgiften att konstruera ett analysredskap som fångar in de väsentliga aspekterna av det som ska undersökas (Esaiasson et al., 2003). Analysredskapet består av de frågeställningar man har i studien. För att dessa frågor ska kunna avgränsa syftet med studien på ett angeläget sätt behöver man läsa in sig på litteratur inom kunskapsområdet för att kunna göra medvetna och noggrant genomtänkta val (Widén, 2015). Frågeställningarna behöver tydliggöras och de begrepp som används utifrån frågeställningarna måste definieras (Stukát, 2005). De frågeställningar som presenterats efter vår forskningsbakgrund, kom vi fram till under tiden vi läste in oss på vad forskare och tidigare undersökningar har kommit fram till/visat. Vi har också i forskningsbakgrunden definierat de begrepp som vi använt oss av i vår analys samt i vår teoretiska utgångspunkt ytterligare förtydligat några kategorier vi har delat in vårt material efter. Användandet av ett analysredskap har enligt Esaiasson et al. (2003) både styrkor och svagheter. Styrkan ligger i att det kan presentera en strukturerad bild av materialet som är enkel att överblicka. Nackdelen är däremot att analyserna kan bli låsta vid det som analysredskapet fokuserar på, och på så vis kan andra viktiga delar av materialet förbises.

Forskaren som det centrala verktyget

I kvalitativ forskning är forskaren det centrala verktyget, eftersom det är denna som skapar kategorierna som materialet tolkas utefter (Fejes & Thornberg, 2015). Detta gör att studiens kvalitet är starkt beroende av forskarens metodologiska färdigheter vilket är den kvalitativa forskningens svaghet. Det är därför viktigt att forskaren är medveten om hur egna värderingar och förkunskaper kan påverka resultatet och analysen. Av samma anledning är det viktigt att man redovisar hur man förhåller sig till teorier och andra forskningsresultat när man analyserar sitt forskningsmaterial samt att man alltid reflekterar över sitt tillvägagångssätt (Fejes & Thornberg, 2015; Thornberg & Fejes, 2015). Detta har vi försökt tydliggöra i presentationen av vårt resultat samt ytterligare i diskussionen av vårt resultat och vår metod. Att i sin studie utgå från en teori samt att läsa in sig på olika metodansatser gör att forskaren utvecklar sin kompetens och säkerhet i forskningsförfarandet (Thornberg & Fejes, 2015). I vår studie har vi satt oss in i vad ett flertal forskare anser angående att använda sig utav en kvalitativ innehållsanalys samt att vi har definierade begrepp och kategorier som vi har utgått från i vår analys.

Bearbetning av datamaterial

Enligt Larsen (2009) höjs studiens kvalitet om man använder ett tydligt analysredskap samt är flera personer som genomför analysen eftersom detta stärker studiens reliabilitet. Av denna anledning har vi skapat ett analysredskap tillsammans, som vi båda använde oss av vid analysen utav lärarhandledningarna. Av samma anledning analyserade vi båda två, med hjälp

av samma analysredskap, först lärarhandledningarna var för sig, för att därefter jämföra överensstämmelsen i våra resultat. Det resultat som presenteras i vår uppsats är det gemensamma resultat vi kommit fram till efter jämförelsen mellan våra analyser.

För att ta reda på hur lärarhandledningar i matematik presenterar och behandlar olika beräkningsstrategier i addition, vilket var vårt syfte med studien, bearbetade vi materialet utifrån våra fem frågeställningar:

1. I vilken ordning presenteras de olika beräkningsstrategierna?
2. Vilket utrymme ges de olika beräkningsstrategierna?
3. Vilka motiv anger författarna att de har för valet av de beräkningsstrategier som tas upp?
4. Hur ges förklaringarna till beräkningsstrategierna en begreppslig förankring?
5. Vilket stöd ges till lärarna för att de ska skapa förståelse för olika beräkningsstrategier?

Vi började med att analysera lärarhandledningarna utifrån fråga ett till tre, för att kunna ringa in de delar av handledningarna som vi sedan även analyserade utifrån fråga fyra och fem. Innan vi gick vidare till att analysera fråga fyra och fem, stämde vi först av våra analysresultat ifrån fråga ett till tre med varandra. Detta för att vi skulle undersöka samma delar av lärarhandledningarna i fråga fyra och fem. Vi valde att analysera lärarhandledningarna genom att granska en fråga i taget, och efter den ordning som vi har presenterat frågorna ovan. Vi valde också att analysera en fråga för samtliga lärarhandledningar innan vi gick vidare till nästa fråga, för att vi ska analysera vardera frågan på ett mer konsekvent sätt om vi inte har påverkats av resultatet efter analysen av en senare fråga.

Användning av vårt analysredskap

Frågeställning ett och två har vi analyserat utifrån de beräkningsstrategier i skriftlig huvudräkning som presenteras i vår teoretiska utgångspunkt samt även utifrån definitionen av standardalgoritmen med tillhörande exempel som ges i forskningsbakgrunden.

Frågeställning tre har vi analyserat utifrån de argument som förts fram i forskningsbakgrunden kring de två metoderna standardalgoritmen och skriftlig huvudräkning i addition.

Frågeställning fyra har vi analyserat utifrån de tre begrepp (positionssystemet, automatiserat additionstabellen, likhetstecknets betydelse) som definieras under god taluppfattning i forskningsbakgrunden samt begreppen procedurell och konceptuell undervisning som tas upp i vår teoretiska utgångspunkt.

Den femte frågeställningen har vi analyserat utifrån det analyschema över instruerande och bildande delar i lärarhandledningar, som har presenterats i vår teoretiska utgångspunkt.

Studiens kvalitet

Reliabilitet och validitet är två begrepp som används inom kvantitativ forskning. Dessa begrepp används också i kvalitativ forskning, men då med en annan innebörd. Dock finns det ingen enhetlig tolkning bland forskare om vad dessa begrepp exakt ska innehålla (Thornberg & Fejes, 2015). Thornberg och Fejes talar därför istället om ett övergripande begrepp som de

benämner studiens kvalitet, som då tar med samtliga begreppsdefinitioner fast uttryckt som olika kvalitetskriterier. Nedan kommer vi att redogöra för tre av dessa, och hur vi har arbetat med dem i vår studie.

Enligt Larsson (1994) är det viktigt att det teoretiska perspektiv man använder sig av i analysen tydligt redovisas. Han tar också upp att det är viktigt att samtliga delar hänger samman. Även Bergström och Boréus (2005) samt Fejes och Thornberg (2015) menar att metodvalet ska baseras på forskningsfrågorna och att valet tydligt ska motiveras för att analysen inte ska bli frånkopplad ens grundläggande antaganden. Vi har motiverat och beskrivit vårt analysredskap både under våra teoretiska utgångspunkter samt i vår metoddel. Vi har också tidigare i denna del visat hur vi har använt oss av våra frågeställningar när vi tagit fram vårt analysredskap samt motiverat vårt val av metod. Därför anser vi att vi på ett tydligt sätt har redogjort för vårt teoretiska perspektiv samt sambandet mellan våra frågeställningar och metodval.

Cohen et al. (2011) tar upp att datamaterialet inte ska tolkas på ett inkonsekvent sätt. För att minska risken för detta har vi utarbetat ett analysredskap som vi båda kommer att följa. Även Larsen (2009) menar att reliabiliteten ökar om man följer en noggrann kodningsprocedur. Hon tar också upp att reliabiliteten höjs om man är flera som analyserar utefter samma kodningsprocedur, vilket är anledningen till att vi har valt att analysera lärarhandledningarna var för sig innan vi jämför våra resultat. Efter att ha gjort denna jämförelse insåg vi dock att vi borde ha tydligare gjort klart för oss själva, innan vi började analysera lärarhandledningarna var för sig, vad de olika begreppen i analys-schemat över instruerande och bildande delar innebar. Vi märkte att när vi jämförde våra resultat var det i denna del som vår överensstämmelse vissa gånger brast. Vi hade alltså här behövt skapa ett tydligare analysredskap genom att till exempel tydligare gjort begreppen med exempel. Våra resultat skiljde sig här ibland mellan var olika delar av texten från lärarhandledningar skulle in i för kategori inom de instruerande delarna eller bildande delarna. Våra resultat skiljde sig alltså aldrig i om ett textstycke var bildande eller instruerande, gällande detta var vi alltid överens. Vår lösning på våra skilda tolkningar blev i varje fall att vi fick nivåindela de olika kategorierna som indirekta eller tydligt utskrivna. Efter detta hade vi inga svårigheter att placera in våra resultat i samma kategori. Vi anser därför att detta inte försämrar kvaliteten på vår studie nämnvärt.

Thornberg och Fejes (2015) menar att det inte får vara några brister i datainsamling och analys om studien ska få en godtagbar validitet. De tar också upp att "studiens resultat och dess slutsatser ska dessutom vara formulerade på ett tydligt och välskrivet sätt och var väl förankrade i empirin" (a.a., s. 259). Vi har genomgående, både i vår metoddel och i vår resultatdel försökt vara tydliga med hur vi har gått tillväga i hela forskningsprocessen samt också tydliggjort med citat vilka delar ur datamaterialet vi har använt oss av vid tolkning av resultatet.

Studiens generaliserbarhet

När man gör ett tillgänglighetsurval kan man inte generalisera resultaten sett till den statistiska generaliserbarheten (Thornberg & Fejes, 2015). Vi kan därför inte generalisera resultaten från vår studie. Detta har vi inte heller haft som mål, eftersom att det som tas upp i lärarhandledningar enligt Brown (2002) och Noh och Webb (2015) ändå påverkar och används av olika lärare på olika sätt. Vårt mål med studien var att ge information om hur beräkningsstrategier i addition presenteras i enbart de lärarhandledningar som vi analyserat,

samt på så vis även ge förslag på hur andra lärarhandledningar kan granskas på det sätt vi har gjort.

Etiska ställningstaganden

Då läromedel är offentliga handlingar och får granskas utan tillåtelse kommer vi i vår text inte att beröra några av de forskningsetiska frågor som Vetenskapsrådet (2011) tar upp. I vår studie kommer vi inte att kritiskt granska läromedlen, utan istället väljer vi att fokusera på att systematisera innehållet i lärarhandledningarna. Detta för att kunna ge en överblickbar bild till lärare av vad de olika lärarhandledningarna kan ge för stöd angående beräkningsstrategier i aritmetik.

Resultat

I denna del kommer först resultat av frågeställning ett och två att presenteras under rubriken “Lärohandledningarnas upplägg av de två metoderna”. Därefter presenteras frågeställning tre under rubriken “ Författarnas tankar kring de beräkningsstrategier som tas upp i lärohandledningarna”, frågeställning fyra under rubriken “ Beräkningsstrategiernas begreppsliga förankring i lärohandledningarna” och sedan frågeställning fem under rubriken “På vilket sätt läraren stöds i sitt arbete med att skapa en förståelse för olika beräkningsstrategier”. Under dessa rubriker kommer en jämförelse mellan de olika lärohandledningarna att göras. Sist kommer vårt syfte “att ta reda på hur lärohandledningar i matematik presenterar och behandlar olika beräkningsstrategier i addition” att redovisas under rubriken “Lärohandledningarnas presentation av olika beräkningsstrategier i addition” genom att vi sammanfattar och jämför vad vi kommit fram till i de olika delarna med varandra. En jämförelse mellan vad vår innehållsanalys av lärohandledningarna har resulterat i med vad forskning visar kommer att göras först under resultatdiskussionen för samtliga delar utom till det vi tar upp under rubriken “Författarnas tankar kring de beräkningsstrategier som tas upp i lärohandledningarna”. I denna del kommer vi att presentera en jämförelse mellan vad författarna har för motiv med vad forskarna har för argument för de olika metoderna. Detta eftersom att vi till vår frågeställning “Vilka motiv anger författarna att de har för valet av de beräkningsstrategier som tas upp?” inte analyserat lärohandledningarna utifrån en teoretisk utgångspunkt utan istället utifrån en jämförelse med de argument som presenterats i forskningsbakgrunden.

I de två lärohandledningar som finns i *Pixel* och *Mattespanarna* är det endast lärohandledning 4A som tar upp beräkningsstrategier i addition i årskurs fyra. Detta innebär att resultaten som hämtats endast är hämtade från lärohandledning 4A, vilket innebär att vi i fortsättningen angående *Pixel* och *Mattespanarna* enbart kommer att tala om lärohandledningen. Lärohandledningarna för årskurs fyra i *Matte Direkt Borgen* och *Koll på matematik* har två stycken lärohandledningar som behandlar området addition. Detta innebär att vi kommer benämna lärohandledningarna med namnen 4A och 4B när en skillnad görs i dessa delar medan om vi talar om enbart lärohandledningen syftar vi till både 4A och 4B.

Lärohandledningarnas upplägg av de två metoderna

Under denna rubrik kommer resultat för frågeställningarna “I vilken ordning presenteras de olika beräkningsstrategierna?” samt “Vilket utrymme ges de olika beräkningsstrategierna?” att presenteras. I denna del har vi analyserat lärohandledningarna utifrån definitionen av standardalgoritmen, som presenterades i forskningsbakgrunden, samt de sju beräkningsstrategierna i skriftlig huvudräkning som tagits upp i vår teoretiska utgångspunkt. De delar av lärohandledningarna som vi har analyserat är enbart de delar som tar upp olika beräkningsstrategier i addition.

Under vår innehållsanalys av lärohandledningarna har vi kunnat se att alla handledningarna behandlar standardalgoritmen. Vi kunde också se att samtliga lärohandledningar tydligt tar upp minst en beräkningsstrategi inom skriftlig huvudräkning, men att ingen lärohandledning har en större bredd utav strategier. Vilken/vilka strategi/er i skriftlig huvudräkning som författarna har valt att ta upp varierar dock. I lärohandledningen till *Pixel* tas de beräkningsstrategier vi benämner *flytta över* och *varje talsort för sig* upp. Däremot namnger författarna till denna lärohandledning ingen utav dessa två beräkningsstrategier. I lärohandledningen till *Matte Direkt Borgen* tar författarna upp den strategi vi benämner *varje talsort för sig* men under deras benämning ”talsortsräkning”. I denna lärohandledning lyfts

också en medelväg mellan *varje talsort för sig* och standardalgoritmen. Det exempel på denna strategi som författarna har ges här:

$$\begin{array}{r} 2135 \\ + 1249 \\ \hline 3000 \\ 300 \\ 70 \\ + 14 \\ \hline 3384 \end{array}$$

(Flack & Picetti, 2011, s. 31)

Ovanstående beräkningsstrategi ger däremot författarna enbart ett kort exempel på endast en gång i handledningen, vilket gör att vi har valt att inte ta mer hänsyn till denna i resterande resultat utav vår innehållsanalys. I lärarhandledningen till *Mattspanarna* tar författarna upp en beräkningsstrategi som de benämner ”omgruppering”. Denna beräkningsstrategi motsvaras av den strategi som vi kallar *räkna från det största talet*, bortsett från att författarna inte alltid startar från det största talet. Samt att även om författarna inte skriver ut den som en strategi, kunde vi finna att de på en sida i lärarhandledning lyfter upp beräkningsstrategin vi kallar *ombytt ordning*. Dock lämnas denna beräkningsstrategi efter denna sida, och därför räknar vi inte med denna strategi i vårt resultat. I lärarhandledningen till *Koll på matematik* presenteras beräkningsstrategierna som vi benämner *varje talsort för sig* (som författarna benämner ”talsortsräkning”), *kompensering* och *flytta över*. Dock behandlar författarna de två sistnämnda som en och samma strategi som de benämner ”förändra”.

Utifrån en jämförelse mellan lärarhandledningarna kan vi också se att samtliga handledningar utom den till *Matte Direkt Borgen*, presenterar beräkningsstrategier i skriftlig huvudräkning före standardalgoritmen samt att samtliga beräkningsstrategier presenteras i princip direkt efter varandra. I dessa lärarhandledningar ges även standardalgoritmen större utrymme i antal sidor som behandlar strategin än skriftlig huvudräkning. I *Matte Direkt Borgen* presenteras istället skriftlig huvudräkning och standardalgoritmen samtidigt, vilket gör att deras utrymme även blir lika stort. Vi har också kunnat se att i alla lärarhandledningar, förutom *Matte Direkt Borgen* där båda metoderna alltid presenteras samtidigt, presenteras standardalgoritmen till enbart tresiffriga tal eller högre medan skriftlig huvudräkning enbart berör två- till tresiffriga tal. Oftast berör också skriftlig huvudräkning enbart uppgifter utan tiotalsovergång medan standardalgoritmen berör uppgifter både med och utan tiotalsovergång. När uppgifter som innehåller tre termer presenteras i lärarhandledningen till *Pixel* och *Koll på matematik* görs detta också enbart till standardalgoritmen. Slutsatsen som vi har kunnat dra är att även om skriftlig huvudräkning presenteras först ges standardalgoritmen ett större utrymme än skriftlig huvudräkning samt att standardalgoritmen ges en större bredd av uppgifter. Detta gäller för samtliga lärarhandledningar förutom den till *Matte Direkt Borgen*.

Författarnas tankar kring de beräkningsstrategier som tas upp i lärarhandledningarna

Under denna rubrik kommer resultat för frågeställningen “Vilka motiv anger författarna att de har för valet av de beräkningsstrategier som tas upp?” att presenteras. Vi har i denna del valt att först presentera resultaten för vardera lärarhandledningen för sig innan vi gör en jämförelse mellan dem. Detta för att vi tydligare ska kunna lyfta ut de enskilda handledningarnas

argument för att andra ska kunna ta del av dessa och se vad vi baserar våra tolkningar på. I denna del har vi analyserat de reflektioner som görs av författarna till lärarhandledningarna i jämförelse med vad som tagits upp i vår forskningsbakgrund. De gånger vi finner att författarna lyfter ett motiv som vi har funnit ha gjorts av en forskare kommer detta att redovisas. De delar av lärarhandledningarna som vi har analyserat är de delar som tar upp olika beräkningsstrategier i addition samt inledningen till hela lärarhandledningen.

Pixel

När författarna till lärarhandledningen lyfter den beräkningsstrategi som vi kallar *flytta över* rekommenderar de att man som lärare ska låta eleverna skriva ut hur de tänker. Denna rekommendation görs också när beräkningsstrategin som vi benämner *varje talsort för sig* tas upp.

Då de två beräkningsstrategierna i skriftlig huvudräkning tas upp uppmanar författarna att eleverna får välja själva hur de vill lösa uppgiften. Däremot, när författarna sedan har presenterat standardalgoritmen, menar de att "Eleverna ska först och främst använda standardalgoritmen. Men vill de hellre räkna på andra sätt så får de det" (Alseth, Nordberg & Røsseland, 2007a, s. 22). Författarna menar också att dessa egna tillvägagångssätt även kan visas för de andra eleverna i klassen. Liksom författarna förespråkar även Bentley och Bentley (2011) användningen av standardalgoritmen, i och med att de beskriver att de i sin analys av ett kompetensutvecklingsprojekt kunde visa att undervisning i enbart standardalgoritmen gav högst lösningsfrekvens bland eleverna som deltog.

Det motiv som författarna anger att de har bakom presentationen av den beräkningsstrategi vi kallar *varje talsort för sig* är för att man ska ha fokus på vilket värde siffrornas position har i talet för att detta sedan ska ge en förståelse för användning av standardalgoritmen. Författarnas motiv till att presentera den beräkningsstrategi som vi benämner *flytta över* är för att det ska bli enklare tal att räkna med. Att uppgifter ska bli enklare att räkna ut är enligt Rockström (2000) det som är syftet med skriftlig huvudräkning. Motivet författarna har till presentationen av standardalgoritmen är att det är en effektiv metod när flera termer ska adderas med varandra. Liknande lyfter Hedrén (2001) på så vis att en fördel med standardalgoritmen kan användas till alla uppgifter oavsett vilka tals om ingår.

Eftersom författarna inte trycker på att mellanleden i skriftlig huvudräkning ska skrivas ut, utan enbart rekommenderar att eleverna gör detta, anser vi att det medför att författarna inte behandlar strategierna på rätt sätt. Detta antagande gör vi utifrån att enligt Hedrén (2001) och Rockström (2000) behövs mellanleden skrivas ut när man använder sig utav skriftlig huvudräkning. Utifrån detta kan vi anta att författarna inte anser att dessa beräkningsstrategier är tillräckligt viktiga. Samma tolkning kan vi dra utifrån att det fram tills att standardalgoritmen presenteras är valfritt hur eleverna får lösa uppgifterna, men därefter rekommenderar författarna att alla använder sig av standardalgoritmen. Detsamma gäller för motiven bakom strategierna i skriftlig huvudräkning, då vi tolkar det som att författarna enbart presenterar skriftlig huvudräkning för att skapa förståelse för användningen av standardalgoritmen senare. Att författarna framför att olika sätt som eleverna löser uppgifterna på kan lyftas i helklass, anser vi inte tillräckligt för att lärare ska ta till sig detta, efter att författarna ordagrant sagt att standardalgoritmen är vad som ska användas. Sammanfattningsvis är vår tolkning att författarna bakom *Pixels* lärarhandledning förespråkar standardalgoritmen som enda metoden att använda.

Matte Direkt Borgen

När författarna i inledningen till kapitlena med addition presenterar beräkningsstrategin som de kallar för "talsortsräkning", skriver de ut att "De olika delresultaten skrivs i ett tankeled som slutligen adderas" (Flack & Picetti, 2011, s. 31, 2012, s.29).

I inledningen till kapitlena om addition lyfter författarna att det är viktigt att samtala med eleverna kring olika beräkningsstrategier. Längre in i kapitlet till lärarhandledningen 4A lyfter författarna också att de önskar att varje elev prövar både "talsortsräkning" och standardalgoritmen men att denne sedan väljer den beräkningsstrategi som passar bäst för eleven själv. Även Csíkos (2016) tar upp att läraren måste undervisa i olika beräkningsstrategier för att göra det möjligt för eleverna att välja den strategi som passar dem bäst.

Vi har inte funnit att författarna anger något motiv till att ta upp beräkningsstrategin de benämner som "talsortsräkning" i lärarhandledningen. Däremot lyfter författarna i inledning till kapitlena om addition att många anser att standardalgoritmen är en mekanisk procedur som eleverna inte förstår. Författarna fortsätter sedan med att motivera sitt val av att ta med metoden genom att skriva ut att standardalgoritmen är bra att använda vid höga tal och när mellanleden blir för långa med strategin "talsortsräkning". Detta, lyfter de, under förutsättning att standardalgoritmen lärts ut genom att man arbetat med taluppfattning och förståelse kring vad det är som sker vid beräkning med hjälp av metoden. Löwing och Kilborn (2003) tar också upp att standardalgoritmen oftast lärs ut som en mekanisk procedur vilket gör att eleverna inte får en förståelse för strategin och enligt Mellin-Olsen (1989) kräver även undervisning i standardalgoritmen att eleverna har en god begreppsförståelse. Rockström (2000) tar också upp, liksom författarna till lärarhandledningen, att standardalgoritmen kan användas när proceduren blir för komplicerad med skriftlig huvudräkning.

Vi anser att författarna genom att lyfta fram vikten av att skriva ut mellanleden när man använder sig av skriftlig huvudräkning visar att de anser strategin "talsortsräkning" viktig, även om presentationen av denna inte motiveras av författarna. Denna tolkning gör vi eftersom Hedrén (2001) och Rockström (2000) lyfter fram att mellanleden är det viktiga i skriftlig huvudräkning. Författarna ger även en utförlig motivering till valet av att ta med standardalgoritmen. Att de i sin motivering först tar upp det negativa kring standardalgoritmen kan vara en anledning till att de väljer att motivera denna metod men inte strategin "talsortsräkning", då det kan vara så de anser att "talsortsräkning" inte har något negativt som gör att de behöver motivera detta val. Eftersom författarna inte lyfter vikten av den ena strategin framför den andra, anser vi att det gör att lärare väljer att följa författarnas förslag på att samtala med eleverna om olika beräkningsstrategier. Sammanfattningsvis tolkar vi det som att författarna till *Matte Direkt Borgens* lärarhandledning inte förespråkar någon utav de två beräkningsstrategierna som tas upp i lärarhandledningen, samt att de lyfter vikten av att samtala med eleverna om olika beräkningsstrategier.

Mattespanarna

När författarna presenterar den beräkningsstrategi som de benämner "omgruppering" ger de exempel på hur denna strategi ska skrivas ut med olika mellanled. De menar också kort att mellanleden ska skrivas ut, men ger ingen skriftlig förklaring till hur eller varför.

I introduktionsdelen till hela lärarhandledningen lyfter författarna att lärare behöver låta eleverna få ta del av olika lösningar och beräkningsstrategier. Detta är även något som

Löwing (2008) tar upp, genom att hon lyfter fram vikten av att eleverna ska få ta del av olika beräkningsstrategier och hon anger även att detta är för att eleverna ska kunna ha möjlighet att anpassa val av strategi till uppgift.

I introduktionsdelen till hela lärarhandledningen motiverar författarna också sitt val av de beräkningsstrategier som tas upp i handledningen. Författarna menar att de har valt att begränsa beräkningsstrategierna till två stycken eftersom de vill lägga fokus på att eleverna skapar sig en förståelse för strategierna. Valet av "omgruppering", som är en strategi i skriftlig huvudräkning, har författarna gjort för att den enligt universitetslektorn Per-Olof Bentley har visat ge bäst resultat i forskning. I samma introduktionsdel lyfter författarna också att "omgruppering" passar bäst till uppgifter som inte innehåller någon tiotalsövergång medan standardalgoritmen passar bättre till uppgifter med tiotalsövergång. I kapitlet som tar upp addition ger författarna fler motiveringar till varför de har valt att presentera standardalgoritmen. Dessa är att det är en metod som eleverna kan använda på ett säkert sätt även om de inte har automatiserat talsortsräkningen upp till tjugo samt att det är en metod som även kan användas i subtraktion och multiplikation. Den slutsats som Foxman och Beishuizen (2002) drar utifrån sin analys av ett tidigare resultat är att elever oftare väljer att använda standardalgoritmen när deras begreppsförståelse brister. Att ha automatiserat additionstabellen förklarades i forskningsbakgrunden är en del som behövs för att kunna ha en god begreppsförståelse.

Författarna skriver ingenting om att mellanleden ska skrivas ut när man använder sig av skriftlig huvudräkning, de ger enbart ett exempel. Motiveringen till att låta eleverna få ta del av flera beräkningsstrategier görs också enbart i introduktionsdelen till lärarhandledningen och inte i anslutning till när strategierna presenteras senare i handledningen. Vi anser därför att inte tillräckligt stor vikt läggs vid användningen utav skriftlig huvudräkning samt att låta eleverna ta del av olika beräkningsstrategier. Dessutom, även om författarna tar upp strategin "omgruppering" och motiverar den genom att säga att den gett ett bra resultat i forskning, bygger motiveringen på användandet av standardalgoritmen indirekt på att brister i strategin "omgruppering" pekas ut, vilket inte på motsvarande sätt görs vid motivering av strategin "omgruppering". Sammanfattningsvis tolkar vi det som att författarna till *Mattespanarnas* lärarhandledning inte förespråkar att eleverna ska få ta del av olika beräkningsstrategier, även om de presenterar två olika strategier, samt att de förespråkar standardalgoritmen före "omgruppering".

Koll på matematik

När författarna förklarar beräkningsstrategin som de benämner "talsortsräkning" är deras sista mening att "Det kan underlätta att skriva ett tankesteg..." (Björklund & Dalsmyr, 2014, s. 68). De ger sedan ett exempel på hur ett sådant mellanled kan skrivas ut. När författarna tar upp beräkningsstrategin "förändra" ger de olika exempel på mellanleden direkt.

Efter att de tre olika beräkningsstrategierna har presenterats i lärarhandledning 4A, finns en sida med olika sorters uppgifter för att författarna anser att det är bra att eleverna får träna på att välja beräkningsstrategi till olika uppgifter. I introduktionen till kapitlet menar författarna också att eleverna säkert kommer att lyfta flera olika beräkningsstrategier och att det då är viktigt att diskutera strategiernas olika för- och nackdelar med eleverna. Även enligt Varol och Farran (2007) är det viktigt att eleverna tillåts att skapa sig egna beräkningsstrategier i skriftlig huvudräkning under tiden som de presenteras för förutbestämda strategier.

I lärarhandledning 4A ger författarna en introduktion till den dels om tar upp addition där de motiverar sitt val av beräkningsstrategier som tas upp i handledningen. Författarna lyfter här att det finns flera beräkningsstrategier men att de enbart har valt ut tre stycken för att eleverna inte ska blanda ihop olika strategier. Att det finns risk för att eleverna ska blanda ihop mellanleden i olika beräkningsstrategier inom skriftlig huvudräkning är även något som Bentley och Bentleys (2001) tidigare gjorda analys av ett kompetensutvecklingsprojekt visade. De tre beräkningsstrategier som författarna till *Koll på matematik* har valt motiverar de med att strategierna är de mest effektiva. I förklaringarna till beräkningsstrategierna i lärarhandledning 4A berättar författarna om när de olika strategierna ska användas. Strategin "talsortsräkning" ska användas vid uppgifter utan tiotalsovergång och strategin "förändra" ska användas vid uppgifter med tal som innehåller jämna hundra-/tiotal. Standardalgoritmen ska användas vid uppgifter som innehåller tiotalsovergångar samt flera termer. I lärarhandledning 4B skriver författarna också att vid uppgifter med stora tal (författarna nämner detta när de berör fyrsiffriga tal) bör standardalgoritmen användas eftersom de anser att de två andra beräkningsstrategierna i dessa fall sällan passar. Att skriftlig huvudräkning har en begränsning i vilka uppgifter som passar och att standardalgoritmen ska användas vid mer komplicerade uppgifter, då användandet av skriftlig huvudräkning leder till för komplicerade beräkningar, tar även Hedrén (2001) upp.

Författarna ger skriftlig huvudräkning utrymme genom att lyfta mellanleden både genom att förklara dessa i skrift samt ge exempel. Dock ges den ena strategin fler exempel än den andra. Att sedan standardalgoritmen får en större plats än skriftlig huvudräkning ger författarna ändå en förklaring, vilket är att standardalgoritmen har fler domäner som metoden passar till. Detta görs dock inte på bekostnad av de andra beräkningsstrategierna, då det också ges exempel på uppgifter då dessa är mer lämpliga än standardalgoritmen. Däremot kan valet av de tre beräkningsstrategier som författarna har valt att ta upp motiveras mer av författarna än att de anser dem effektiva. Att författarna även ger möjlighet till att anpassa val av beräkningsstrategi efter uppgift anser vi visar på att de lyfter vikten av att eleverna ska få ta del av olika beräkningsstrategier. Sammanfattningsvis tolkar vi det som att författarna till *Koll på matematik*s lärarhandledning förespråkar de tre beräkningsstrategier lika mycket och att de lyfter att eleverna ska få ta del av olika beräkningsstrategier.

Jämförelse mellan lärarhandledningarna

Vid innehållsanalysen av lärarhandledningarna har vi kunnat se att merparten av de motiv författarna anger vid val av de beräkningsstrategier som de tar upp, också är argument som forskare för kring standardalgoritmen och skriftlig huvudräkning. Vi anser därför författarnas argument som rimliga. Däremot är argumentet som författarna till *Pixel* har för beräkningsstrategin vi benämner *varje talsort för sig*, att det skulle förebygga förståelsen för användning av standardalgoritmen, något som vi inte har hittat i vår forskningsgenomgång. Vi har också kunnat se att författarna till *Matte Direkt Borgen* är de enda som lyfter fram de negativa argument som forskare för fram angående användandet av standardalgoritmen. Annars för samtliga författare enbart fram negativa aspekter kring skriftlig huvudräkning. Detta görs dock mer eller mindre indirekt. Vid jämförelsen mellan lärarhandledningarna har vi också kunnat se att samtliga författare, med lite olika sorters definitioner på svårare uppgifter, förespråkar att standardalgoritmen bör användas vid uppgifter med mer komplicerade tal. Detta gör även författarna till *Matte Direkt Borgens* lärarhandledningar, även om de till samtliga uppgifter alltid presenterar både standardalgoritmen och skriftlig huvudräkning. Vid jämförelsen har vi också kunnat se att samtliga författare förespråkar att eleverna ska få ta del av olika beräkningsstrategier, men att författarna till *Pixel* tydligt

uttrycker att de vill att eleverna använder sig utav standardalgoritmen samt att författarna till *Mattespanarna* baktalar skriftlig huvudräkning vid sin motivering till presentationen av standardalgoritmen. Vi har också kunnat se att alla författare utom de till *Pixel*, menar att mellanleden i skriftlig huvudräkning ska skrivas ut. Författarna till *Pixel* rekommenderar enbart detta. Slutsatsen vi har kunnat dra av det hela är att författarna till *Pixel* och *Mattespanarna* förespråkar standardalgoritmen medan författarna till *Matte Direkt Borgen* och *Koll på matematik* förespråkar standardalgoritmen och skriftlig huvudräkning lika mycket.

Beräkningsstrategiernas begreppsliga förankring i lärarhandledningarna

Under denna rubrik kommer resultat för frågeställningen “Hur ges förklaringarna till beräkningsstrategierna en begreppslig förankring?” att presenteras. I denna del har vi analyserat lärarhandledningarna utifrån de tre begreppen positionssystemet, automatisering av additionstabellen och likhetstecknets betydelse, som vi i forskningsbakgrunden visade är av betydelse för att eleverna ska kunna använda sig av beräkningsstrategier i addition. Utifrån om/hur dessa begrepp behandlas av författarna kommer vi att uttolka om lärarhandledningen förespråkar en procedurell, det vill säga att beräkningsstrategier lärs ut som mekaniska procedurer utan att bygga på en begreppslig förståelse, eller konceptuell, det vill säga att undervisningen kring beräkningsstrategier bygger på en begreppsforståelse, undervisning. De delar av lärarhandledningarna som vi har analyserat är de delar som tar upp olika beräkningsstrategier i addition, inledningen till hela lärarhandledningen samt de delar som tar upp ovan nämnde tre begrepp.

Positionssystemet

Efter att ha analyserat lärarhandledningarna har vi kunnat se att samtliga handledningar förutom *Matte Direkt Borgen*, där författarna i första kapitlet enbart lyfter fram uppgifter där talsorter ska läggas ihop till tal eller tal ska delas upp i talsorter, redogör för positionssystemet innan beräkningsstrategier i addition presenteras. Detta görs dock olika ingående för de tre olika lärarhandledningarna. I *Pixel* lyfts positionssystemet på två sidor. Till dessa sidor ges instruktioner för vad eleverna ska göra till vardera uppgiften, samt att det ibland ges förslag på frågor som läraren kan ge eleverna för att lägga mer fokus på siffrornas värde i talen. Ett exempel på detta är frågan “Vilket värde har den första siffran i det första talet?” (Alseth, Nordberg & Rösseland, 2007a, s. 12). Däremot lyfts inget mer förtydligande i texten om hur läraren kan arbeta med eleverna för att de ska få förståelse för positionssystemet, eftersom ingen motivering ges till de instruktioner till uppgifterna som eleverna ska göra. I lärarhandledningen till *Mattespanarna* går positionssystemet igenom utförligare. I matrisen i början av det kapitel som positionssystemet lyfts i skriver författarna att eleverna efter att ha arbetat med kapitlet ska förstå hur tal är uppbyggda med positionssystemet. Detta ger dem exempel på och det innebär att eleverna ska kunna benämna siffrors värde utifrån position i ett tal. En halv sida inåt i kapitlet ägnas sedan åt positionssystemet. Författarna ger exempel på hur man kan träna positionssystemet med hjälp av pengar, samt hur läraren med olika instruktioner kan utveckla uppgifterna i elevernas lärobok. Till exempel genom att skriva “Byt plats på hundratalssiffran och tiotalssiffran...” (Hernvald, Kryger & Persson, 2011, s. 36). Även i lärarhandledningen till *Koll på matematik* ges en utförlig förklaring till vad positionssystemet innebär samt hur lärare kan undervisa kring detta. Författarna ger förklaringen att positionssystemet gör att en siffra får ett värde beroende på vilken plats den har i ett tal, samt att tal är uppbyggda av olika talsorter. Två sidor ägnas därefter åt talsystemet, där författarna återigen skriver ut positionssystemets innebörd. På dessa sidor tar

författarna upp uppgifter där lärarna ska låta eleverna träna på att dela upp tal i talsorter samt bestämma siffrors platsvärde i ett tal. De lyfter även upp nollans betydelse i tal. Författarna tar också upp hur tiobasmaterial kan användas för att eleverna ska få en förståelse för de olika talsorterna.

Vi har också funnit att samtliga lärarhandledningar har brister i hur dessa viktiga begrepp förekommer när beräkningsstrategierna i addition presenteras. Och om det sker, vär det även mestadels på ett indirekt sätt. I lärarhandledningen till *Pixel* skriver författarna dessutom ut att de delar som tar upp beräkningsstrategier i addition också ska innehålla positionssystemet. Däremot har vi ändå inte lyckats finna att författarna lyfter ut positionssystemet på dessa sidor. Det enda som vi skulle kunna tyda har en koppling till positionssystemet är när författarna skriver att "Låt fokus ligga på siffrornas platsvärde..." (Alseth, Nordberg & Røsseland, 2007a, s. 20) när de tar upp den beräkningsstrategi vi kallar *varje talsort för sig* samt att när de tar upp standardalgoritmen menar de, återigen, att fokus ska ligga på siffrornas platsvärde samt att det är viktigt att ental står under ental och så vidare. Allt detta handlar om förståelse för positionssystemet, även om det inte är tydligt utskrivet. Det är på liknande sätt som positionssystemet indirekt lyfts fram till de delar som presenterar beräkningsstrategier i addition även i *Matte Direkt Borgen*, *Mattespanarna* och *Koll på matematik*.

Vi har också funnit att enbart författarna till lärarhandledningen till *Koll på matematik* tydligt lyfter ut vikten av att eleverna har en förståelse för positionssystemet för att de ska kunna använda sig utav beräkningsstrategier i addition.

Automatisering av additionstabellen

Efter att ha analyserat lärarhandledningarna har vi kunnat se att samtliga handledningar förutom *Pixel* redogör för automatisering av additionstabellen innan beräkningsstrategier i addition presenteras samt att tabellerna repeteras. Detta ges dock olika stort utrymme i de tre olika lärarhandledningarna samt att det enbart är i lärarhandledningen till *Matte Direkt Borgen* som automatisering av additionstabellen behandlas i samma kapitel som beräkningsstrategier i addition presenteras. Innan första kapitlet i lärarhandledningen till *Mattespanarna*, har författarna ett som de kallar "Startkapitel". I detta kapitel skriver författarna att läraren kan stämna av om eleverna har automatiserat talkamraterna i talområdet noll till tjugo, eftersom eleverna behöver kunna detta för att använda sig utav beräkningsstrategin "omgruppering". Detta är dock enbart en del utav automatisering av additionstabellen samt att "Startkapitlet" är något som författarna menar är frivilligt för lärarna att använda sig av. Författarna till lärarhandledning 4A för *Matte Direkt Borgen* talar istället om automatisering av additionstabellen i sin helhet, dock mycket kort och utan specifikationer kring den. Kapitlet som behandlar beräkningsstrategier i addition i lärarhandledning 4A startar även med en repetition av addition- och subtraktionstabellen. Även författarna till lärarhandledningen för *Koll på matematik* i första kapitlet till handledning 4A ägnar två sidor åt tabellträning för addition och subtraktion. Författarna till denna handledning ger även mer utförlig information kring additionstabellen. Detta görs genom att de ger exempel på hur läraren kan visa på hur olika tabellkunskaper kan användas vid beräkning av större tal. Ett exempel de ger är " $2 + 5 = 7$ som ni kan generalisera till $20 + 50 = 70...$ " (Björklund & Dalsmyr, 2014, s. 14).

Vi har också funnit att samtliga författarna till de lärarhandledningar som tar upp automatisering av additionstabellen lyfter vikten av detta för att eleverna ska kunna använda sig utav beräkningsstrategier i addition. Författarna till *Mattespanarna* skriver att eleverna

behöver ha automatiserat talkamraterna mellan noll och tjugo för att kunna använda sig utav beräkningsstrategin “omgruppering”. Författarna till *Matte Direkt Borgen* tar upp att det är en fördel om eleverna har automatiserat tabellerna i addition innan de presenteras för olika beräkningsstrategier. I *Koll på matematik* uttrycker författarna detta istället med att säga att tabellerna i addition- och subtraktion “ligger till grund för all addition och subtraktion eleverna någonsin kommer att utföra” (Björklund & Dalsmyr, 2014, s. 14).

Likhetstecknets betydelse

Efter att ha analyserat lärarhandledningarna har vi kunnat se att samtliga handledningar förutom *Pixel* redogör för likhetstecknets betydelse innan beräkningsstrategier i addition presenteras. Detta görs dock olika ingående för de tre olika lärarhandledningarna samt att det i handledningen till *Koll på matematik* inte ges ett eget utrymme utan enbart tas upp i samband med träning av additionstabellen vilket görs i två kapitel innan kapitlet med beräkningsstrategier i addition. Dock poängterar författarna här att det är viktigt att eleverna inte ser på likhetstecknet som symbol för något som blir, utan att de ska ha förståelsen för att likhetstecknet betyder att det ska vara lika mycket på båda sidor. De lyfter även att man som lärare kan arbeta med uppgifter där summan redan finns och det istället är en term som efterfrågas. Ett exempel de ger är “ $7 = \underline{\quad\quad} 8$ ” (Björklund & Dalsmyr, 2014, s. 15). Författarna till *Mattespanarnas* lärarhandledning lyfter, i kapitlet där beräkningsstrategier i addition tas upp, fram likhetstecknets betydelse. I matrisen i inledningen av kapitlet ges en definition av likhetstecknets betydelse som att det är “att det alltid ska vara lika mycket på båda sidor om likhetstecknet” (Hernvald, Kryger & Persson, 2011, s.50). Likhetstecknets betydelse behandlas sedan vidare med text till uppgifter på en halv sida. Dock skrivs inte ut vad man som lärare kan arbeta med eleverna för att de ska få förståelse för likhetstecknet. I lärarhandledningen till *Matte Direkt Borgen* lyfts likhetstecknets betydelse av författarna dels i inledningen till kapitlet som tar upp beräkningsstrategier addition samt att det ges en halv sida även senare i kapitlet. Författarna lyfter fram att elever kan ha den felaktiga uppfattningen av likhetstecknet att det är en markör som visar att svaret kommer, istället för den korrekta uppfattningen att det visar att något är lika med. På den sida där uppgifter med likhetstecknet tas upp, talar författarna också om hur läraren kan konkretisera likhetstecknet med en våg.

Vi har också funnit att enbart författarna till lärarhandledningen till *Matte Direkt Borgen* tydligt lyfter ut att det är väsentligt att eleverna har en korrekt uppfattning av likhetstecknets betydelse för att de ska kunna använda sig utav beräkningsstrategier i addition där mellanled krävs.

Författarnas åsikter kring att bygga undervisningen på en begreppsförståelse

Den enda gång som författarna till *Pixels* lärarhandledning lyfter fram att det är viktigt att eleverna använder en beräkningsmetod som är baserat på en förståelse, är på den sida som författarna lyfter fram den beräkningsstrategi vi kallar *varje talsort för sig*. Detta anser vi inte är tillräckligt för att kunna säga att författarna förespråkar att undervisningen ska bygga på en begreppslig förståelse.

När författarna till lärarhandledningen för *Matte Direkt Borgen* i inledningen till kapitlet, som tar upp beräkningsstrategier i addition, presenterar standardalgoritmen menar de att det är viktigt att presentationen av metoden bygger på en god taluppfattning hos eleverna samt en förståelse för varje steg som görs. Författarna skriver inte ut lika tydligt att presentationen av

“talsortsräkning” ska byggas på en förståelse, men detta har vi sett indirekt skrivas ut av dem tidigare när de talar om automatisering av additionstabellen samt likhetstecknets betydelse.

I introduktionsdelen till hela lärarhandledningen för *Mattespanarna* förespråkar författarna tydligt under en halv sida vikten av att ha en förståelse för matematiska begrepp för att kunna samtala kring matematik samt att veta till vilken uppgift vilken beräkningsstrategi ska användas.

Författarna till lärarhandledningen för *Koll på matematik* tar inte upp övergripande om de väljer att arbeta med matematiska begrepp. Däremot tas vikten av att ha en förståelse för positionssystemet och att ha automatiserat additionstabellerna för att kunna använda sig av beräkningsstrategier upp i samband med att dessa två begrepp presenteras.

Sammanfattande tolkning

Utifrån att författarna till *Pixels* lärarhandledning enbart lyfter fram positionssystemet, och då inte heller gör det på ett tillräckligt tydligt sätt, samt inte heller tydligt talar om vikten av att bygga undervisningen på matematiska begrepp, tolkar vi det som att presentationen av beräkningsstrategierna inte bygger på en begreppsförståelse. Lärarhandledningen till *Pixel* förespråkar alltså en procedurell undervisning kring beräkningsstrategier i addition.

Utifrån resultat som vi presenterat under rubriken ” Beräkningsstrategiernas begreppsliga förankring i lärarhandledningarna” kan vi se att författarna till *Matte Direkt Borgens* lärarhandledning lyfter fram vikten av att eleverna har en förståelse för två, utav de tre begrepp vi har analyserat, för att de ska kunna använda sig utav beräkningsstrategier i addition. Författarna talar också specifikt om att standardalgoritmen ska bygga på att eleverna har en förståelse för metoden. De två begrepp som författarna tar upp är också utförligt beskrivna kring hur man som lärare kan arbeta med eleverna kring dem. Vi anser därför, att även om inte alla de tre viktiga begreppen som behövs för att få en god förståelse för beräkningsstrategier i addition lyfts ut tydligt, behandlas de begrepp som tas upp utförligt och grundligt. Därför anser vi att lärarhandledningen till *Matte Direkt Borgen* bygger på en begreppslig förståelse i presentationen av beräkningsstrategier för addition, och på så vis förespråkar en konceptuell undervisning.

Vi har kunnat se att, utifrån vad som presenterats tidigare i denna del, tar författarna till lärarhandledningen för *Mattespanarna* upp samtliga tre begrepp som är viktiga att eleverna har en förståelse för vid användning utav beräkningsstrategier i addition. Däremot är det enbart för automatisering av additionstabellen, som dessutom enbart berörs delar utav samt tas upp i en frivillig del innan de riktiga kapitlena startar, som författarna förklarar är viktig att eleverna har förståelse för vid användning av beräkningsstrategier i addition. Författarna ger dessutom en kort om information om hur man som lärare kan arbeta med eleverna för att de ska få en förståelse för likhetstecknets betydelse. Till skillnad från de andra två lärarhandledningarna som tar upp likhetstecknets betydelse, tar inte författarna till *Mattespanarna* upp de missuppfattningar kring likhetstecknet som eleverna kan ha. Utifrån ovanstående anledning anser vi därför att även om författarna i inledningen till lärarhandledningen skriver om vikten av att eleverna får en förståelse för matematiska begrepp, samt att de behandlar de tre begreppen vi har analyserat, ges inte en tillräcklig förklaring utav dessa begrepp. Därför anser vi att författarna vill förespråka en konceptuell undervisning, men att i deras upplägg i lärarhandledningen till delarna i elevernas lärobok, snarare ger en procedurell undervisning. Att vi anser att *Mattespanarna* som tar upp alla tre

begreppen ändå har en procedurell syn på undervisning till skillnad från *Matte Direkt Borgen* som vi anser har en konceptuell syn, även om denna lärarhandledning enbart tar upp två utav begreppen vi har analyserat utifrån, är alltså för hur de behandlar de begrepp som de tar upp. *Matte Direkt Borgen* gör detta utförligare än vad *Mattespanarna* gör, vilket har lett till de tolkningar vi har gjort.

Även om likhetstecknet inte får en egen plats i lärarhandledning till *Koll på matematik* lyfts ändå den viktiga skillnaden i hur begreppet kan förstås samt ges exempel på hur läraren kan arbeta med eleverna kring detta. De andra två begreppen som vi har analyserat lärarhandledningarna efter lyfts också genomgående samt att författarna ger en motivering till att en förståelse för dessa begrepp behövs för att kunna använda sig utav beräkningsstrategier i addition. Dock tas inte samtliga utav dessa begrepp upp i kapitlet med presentationen av beräkningsstrategierna i addition. Författarna skriver inte heller tydligt ut att de anser att det är viktigt att undervisningen i matematik bygger på en begreppsförståelse, men däremot motiverar de betydelsen av begreppen när de tas upp. Vår tolkning blir ändå till sist att eftersom de tre viktiga begreppen för att kunna genomföra beräkningsstrategier i addition tas upp och att betydande delar kring dessa begrepp förs fram, bygger lärarhandledningen till *Koll på matematik* på en begreppsligförståelse och på så vis förespråkas en konceptuell undervisning.

På vilket sätt läraren stöds i sitt arbete med att skapa en förståelse för olika beräkningsstrategier

Under denna rubrik kommer resultat för frågeställningen “Vilket stöd ges till lärarna för att de ska skapa förståelse för olika beräkningsstrategier?” att presenteras. I denna del har vi analyserat lärarhandledningarna utifrån det analyschema över instruerande och bildande delar i lärarhandledningar som vi presenterat i vår teoretiska utgångspunkt. De delar av lärarhandledningarna som vi har analyserat är de delar som tar upp olika beräkningsstrategier i addition samt inledningen till hela lärarhandledningen.

Instruerande delar och instruerande delar med något mer bildande karaktär

Nedan kommer vi att presentera vårt resultat utifrån de benämningar utav instruerande delar som vi använder oss av i vårt analyschema, vilket vi presenterade under vår teoretiska utgångspunkt.

Instruerande handlingar

Vid vår innehållsanalys har vi kunnat se att samtliga lärarhandledningar till stor del innehöll instruerande handlingar i de delar som tar upp beräkningsstrategier i addition. I lärarhandledningen till *Pix Pixel* skrivs till och med förklarande text till uppgifterna i läroboken ut under rubriken ”Gör så här”. Något som skiljer sig mellan de olika lärarhandledningarnas instruerande handlingar är till vem de är riktade mot. I *Pixel* handlar de instruerande handlingarna om vad eleverna ska göra till uppgifterna, medan de instruerande handlingarna i lärarhandledningen till *Matte Direkt Borgen* istället vänder sig till vad läraren ska göra för att introducera ett nytt avsnitt. I lärarhandledningarna till *Mattespanarna* och *Koll på matematik* vänder sig de instruerande handlingarna omväxlande till vad läraren eller eleverna ska göra.

Referentiell information

Samtliga lärarhandledningar består även utav en mängd referentiell information, där den största skillnaden är i vad denna information innehåller i lärarhandledningen till *Pixel* jämfört med de andra tre. I lärarhandledningen till *Pixel* består den referentiella informationen mestadels antingen av förklaringar till svar på uppgifterna utan att författarna förklarar vad de grundar förklaringen i eller utav information som inte har med det matematiska innehållet att göra. Ett exempel på information bestående av otillräckliga förklaringar är när författarna förklarar varför svaret till uppgiften blir den samma även när talen i uppgiften ändras. Detta gör de genom att skriva "eftersom talen ändras genom att ett subtraheras från det ena talet samtidigt som ett adderas till det andra" (Alseth, Nordberg & Røsseland, 2007, s. 18). Här får man som lärare alltså själv förstå att det är likhetstecknets betydelse som författarna bygger sin förklaring på. Ett exempel på information som inte handlar om det matematiska innehållet är när författarna lyfter att "Man kan antingen använda kopierade pengar eller rita pengar bredvid talet" (a.a., s. 22). Detta sker dock få gånger. I de andra lärarhandledningarna består istället mestadels den referentiella informationen av hur kapitel och avsnitt är uppbyggda.

Instruerande handlingar med stöd

Vi har enbart kunnat se att det är lärarhandledningarna till *Pixel* och *Matte Direkt Borgen* som använder sig av instruerande handlingar med stöd. I *Pixel* består detta stöd utav förslag på frågor som läraren kan ställa till eleverna för att utveckla en uppgift. I *Matte Direkt Borgen* består stödet utav exempel på tal som lärarna kan lyfta vid introduktionen av ett nytt avsnitt.

Bildande delar

Nedan kommer vi att presentera vårt resultat utifrån de benämningar utav bildande delar som vi använder oss av i vårt analyschema, vilket vi presenterade under vår teoretiska utgångspunkt.

Förklaring av generella matematiska principer

I samtliga lärarhandledningar utom *Pixel* finns även delar med som tydligt förklarar de olika beräkningsstrategierna som tas upp. I lärarhandledningen till *Matte Direkt Borgen* och *Koll på matematik* ges tydliga förklaringar i text samt med exempel på uppgifter, medan det i handledningen till *Mattespanarna* ges exempel men med mindre mängd förklaringar i text till beräkningsstrategin de benämner "omgruppering". Standardalgoritmen förklaras fortfarande tydligt i text även i denna lärarhandledning. Däremot anas i förklaringarna som ges till beräkningsstrategierna i *Koll på matematik* att det i förklaringar finns invävt instruerande handlingar som förklarar hur läraren ska introducera beräkningsstrategin för eleverna.

Besluttagande

I lärarhandledningen till *Pixel* och *Matte Direkt Borgen* finns inga pronomen i andra person utskrivna, vilket gör att lärarens roll blir osynlig. Däremot blir lärarens roll indirekt synlig i *Matte Direkt Borgens* lärarhandledning, eftersom de instruerande handlingarna som ges vänder sig till vad läraren ska göra och inte till eleverna. I *Pixel* finns inte ens en inledning till kapitlet som tar upp beräkningsstrategier i addition som vänder sig med information till läraren angående vad för innehåll som kommer att tas upp i kapitlet, vilket återfinns i de andra lärarhandledningarna. I *Mattespanarnas* lärarhandledning återfinns även pronomen i andra person stadigt genom samtliga delar som tar upp beräkningsstrategier i addition medan det i lärarhandledningen till *Koll på matematik* återfinns pronomen i andra person flertalet gånger i

inledningen till handledningen men är mer magert utskrivet i de delar som tar upp beräkningsstrategier i addition. Lärarens roll är alltså mest synlig i *Mattespanarnas* lärarhandledning.

I lärarhandledningen till *Matte Direkt Borgen* finns det ingen del i inledningen av handledningen som förespråkar lärarens eget besluttande. Detta skrivs däremot tydligt ut i inledningen till lärarhandledningen för *Pixel* och *Koll på matematik*. I *Pixel* förklarar författarna att läromedlet ska användas flexibelt för att kunna användas på ett sätt som passar den individuella läraren och i *Koll på matematik* menar författarna att det är läraren som är det viktigaste redskapet för att skapa ett lärande hos eleverna. De menar också att de med sin lärarhandledning "hoppas kunna stödja och inspirera dig i din matematikundervisning och hjälpa dig skapa goda förutsättningar..." (Björklund & Dalsmyr, 2014, s. 4). Författarna lyfter alltså fram att läraren ska använda sig utav lärarhandledningen som ett stöd och inte som en mall att använda. I *Mattespanarnas* lärarhandlednings inledning förespråkas lärarens eget besluttande indirekt genom att författarna flertalet gånger inleder meningar med användning av ord som "kan du", "bör", "gärna" och liknande. Däremot kan samtliga utav dessa tre lärarhandledningar ändå ifrågasättas om de egentligen lyckas förmedla lärarens eget besluttande, eftersom att det i samtliga av de delar som tar upp beräkningsstrategier i addition enbart ger indirekta möjligheter, med ord som gavs exempel på ovan, för läraren att ta egna beslut om undervisningen i beräkningsstrategier i addition. Även dessa indirekta antydningar är få i samtliga utav dessa tre lärarhandledningar och i lärarhandledningen till *Matte Direkt Borgen* återfinns de inte alls.

Genomskinlig struktur

I samtliga lärarhandledningars inledning, förutom *Pixel*, är strukturen genomskinlig där författarna är synliga, genom användning utav pronomen i första person, och tydligt redogör för sina avsikter av de val de gör. Till lärarhandledningarna för *Matte Direkt Borgen* och *Koll på matematik* har även kapitlet som tar upp beräkningsstrategier i addition en inledning där författarna är synliggjorda och deras avsikter tydliga. En sådan kapitelinledning saknar *Pixel*s lärarhandledning helt, och i kapitelinledningen till lärarhandledningen för *Mattespanarna* består inledningen av referentiell information. Även i denna inledning i *Koll på matematik* består inledningen till stor del också av referentiell information. I de delar av lärarhandledningarna som direkt behandlar läroboken skriver författarna, i samtliga lärarhandledningar, ibland indirekt ut avsikterna till varför de har valt att ta upp en beräkningsstrategi eller varför de har valt att lyfta en specifik uppgift. Ett exempel är när författarna till lärarhandledningen *Koll på matematik* skriver "Det här sättet att tänka kommer eleven ha nytta av även vid multiplikationsuppställning..." (Björklund & Dalsmyr, 2014, s. 70). I lärarhandledningen till *Koll på matematik* görs även ibland dessa avsikter tydligt synliga genom att författarna synliggör att det är deras åsikt med utskrivning av pronomen i första person. I de tre andra lärarhandledningarna skrivs alltså inte pronomen i första person ut i de delar som direkt behandlar sida för sida i läroboken, vilket vi anser gör att författarnas åsikter till viss del blir dolda.

Förutseende av elevers uppfattningar

I lärarhandledningarna till *Pixel* och *Matte Direkt Borgen* ges enbart indirekta uppmaningar om vad för uppfattningar eleverna kan ha och det ges inte heller en tydlig förklaring till hur läraren kan arbeta vidare med elever som har felaktiga uppfattningar. Ett exempel på en indirekt uppmaning som ges i lärarhandledningen till *Matte Direkt Borgen* är att de tar upp att "Det är viktigt att eleverna håller isär talsorterna..." (Flack & Picetti, 2011, s. 36). Här kan vi

anta att anledningen till att författarna skriver ut detta är att de bygger det på att många elever missuppfattar hur standardalgoritmen ska användas och inte skriver ut talsorterna över varandra. Det är på liknande sätt som elevers uppfattningar skrivs ut indirekt även i *Pixel* och *Koll på matematik*. I lärarhandledningen till *Mattespanarna* skriver författarna tydligt ut vilka uppfattningar de anser att eleverna kan ha samt att de ger förslag på hur läraren kan arbeta vidare med om eleverna har några missuppfattningar. Dock är dessa förslag enligt oss inte alltid hållbara, eftersom författarnas lösning en gång är att eleverna istället får fortsätta att arbeta med uppgifter som inte tar med det som gör att de inte klarar av uppgifterna än. I lärarhandledningen till *Koll på matematik* skrivs elevers missuppfattningar ut ibland indirekt och ibland tydligt, men det ges enligt oss alltid ett användbart förslag på hur läraren kan arbeta vidare med missuppfattningarna, även om dessa förslag ibland är mer eller mindre utförligt beskrivna.

Sammanfattande tolkning

För att bedöma hur synlig författarna samt lärarens roll är i lärarhandledningarna har vi också använt oss utav Remillards (2005) förklaring av att läromedel har en röst. Det vill säga att beroende på hur ofta pronomen i första och andra person är kan man se om författarna talar genom läraren eller till läraren. Eftersom att lärarhandledningen till *Pixel* brister både i synliggörandet av författarna själva samt lärarens roll anser vi att författarna talar genom läraren och inte till läraren. Däremot anser vi att de andra tre lärarhandledningarna talar till läraren. Detta även om *Matte Direkt Borgens* lärarhandledning inte skriver ut pronomen i andra person. Men vi tolkar ändå att denna handledning vänder sig till läraren eftersom att kapitlet som tar upp beräkningsstrategier i addition inleds med information angående kommande kapitel som vänder sig till läraren samt att även de instruerande handlingar som ges vänder sig till läraren och inte till eleverna. Dessutom är denna handlednings struktur genomskinlig.

I vår forskningsbakgrund förklarades att det är bildande läromedel som har möjlighet att ge läraren ett stöd i dennes eget lärande samt undervisning. Därför baseras våra tolkningar av vilket stöd de analyserade lärarhandledningarna kan ge utifrån om de består till största delen av bildande eller instruerande delar. Samtliga utav de lärarhandledningar som vi har analyserat består till stor del utav instruerande delar, men vi anser ändå att samtliga handledningar utom *Pixel* har möjlighet att ge lärare ett visst stöd för att skapa sig en förståelse för beräkningsstrategier i addition samt hur den kan undervisa kring strategierna. Denna sammanfattande tolkning gör vi utifrån att lärarhandledningen till *Pixel* saknar två utav fyra bildande delar kring de delar av handledningen som tar upp beräkningsstrategier i addition, medan det i de andra lärarhandledningarna återfinns samtliga fyra bildande delar, även om det är i olika grad.

Lärarhandledningarnas presentation av olika beräkningsstrategier i addition

I vår innehållsanalys har vi funnit en likhet i att samtliga lärarhandledningar behandlar standardalgoritmen samt minst en beräkningsstrategi i skriftlig huvudräkning. Vi har också funnit att samtliga lärarhandledningar förutom *Matte Direkt Borgen* presenterar skriftlig huvudräkning före standardalgoritmen samt att standardalgoritmen ges ett större utrymme av dessa två metoder. En enighet som vi har funnit i samtliga lärarhandledningar är också att alla författare förespråkar att standardalgoritmen bör användas vid mer komplicerade additionsuppgifter. Vi har även kunnat se att författarna till *Pixel* och *Mattespanarna* förespråkar standardalgoritmen medan författarna till *Matte Direkt Borgen* och *Koll på*

matematik förespråkar standardalgoritmen och skriftlig huvudräkning lika mycket. En slutsats vi kan dra utifrån detta är att det utrymme i lärarhandledningen som de olika beräkningsstrategierna ges samt den ordning de presenteras i, inte behöver höra samman med den metod av standardalgoritmen och skriftlig huvudräkning som motsvarande författare förespråkar.

I innehållsanalysen av vår studie har det visat sig att enbart en utav lärarhandledningarna tydligt lyfter fram samtliga av de tre begrepp som är viktiga för att elever ska kunna använda sig utav beräkningsstrategier i addition. Men vi har också kunnat se att även om begreppen har redogjorts för innan beräkningsstrategierna i addition presenterades, har samtliga lärarhandledningar brister i hur dessa viktiga begrepp återfanns i det kapitel där beräkningsstrategierna för addition presenteras. Vår sammanfattande tolkning blir ändå att lärarhandledningen till *Pixel* förespråkar en procedurell undervisning och att lärarhandledningarna till *Matte Direkt Borgen* samt *Koll på matematik* förespråkar en konceptuell undervisning. Däremot blir vår tolkning av innehållsanalysen av lärarhandledningen till *Mattespanarna* att författarna förespråkar en konceptuell undervisning men att de genom upplägget i handledningen ger en procedurell syn på undervisningen. Utifrån skillnaden i vår tolkning utav *Matte Direkt Borgen* och *Mattespanarna* drar vi slutsatsen att det viktigaste inte är vad författarna menar att de har för syn på en begreppslik undervisning utan att det är viktigare hur de faktiskt behandlar de begrepp som tas upp. Vid en jämförelse med resultatet i föregående stycke kan vi också dra slutsatsen att de lärarhandledningar som förespråkar standardalgoritmen också är de handledningar som ger en procedurell syn på undervisning, medan de handledningar som inte förespråkar en specifik metod är de lärarhandledningar som ger en konceptuell syn på undervisning.

Utav innehållsanalysen av vår studie har vi funnit att samtliga lärarhandledningar innehåller en stor del instruerande delar, men att samtliga lärarhandledningar utom *Pixel* även innehåller en betydande del utav olika grad av bildande delar. Lärarens roll är mest synlig i lärarhandledningen till *Mattespanarna* och även relativt synlig i *Koll på matematik*. Däremot uppnår inte någon utav samtliga lärarhandledningarna det som krävs för att tydligt påvisa lärarens eget besluttande. Strukturens genomskinlighet är störst i handledningen till *Matte Direkt Borgen* och *Koll på matematik* medan elevers missuppfattningar behandlas mest i handledningen till *Mattespanarna* och *Koll på matematik*. Utifrån detta blir vår slutsats att alla lärarhandledningar utom *Pixel* kan ge lärare ett visst stöd för att skapa sig en förståelse för beräkningsstrategier i addition samt hur de kan undervisa i dessa.

Diskussion

Vi kommer att inleda denna del med en presentation av vår analys och diskussion kring vårt resultat. Därefter kommer vi att i en metoddiskussion lyfta reflektioner som vi har haft kring vårt genomförande. Vi kommer att avsluta med att ge förslag på hur fortsatt forskningen skulle kunna utveckla vår studie.

Analys och resultatdiskussion

Vårt syfte med studien var att undersöka hur lärarhandledningar i matematik för årskurs fyra presenterar och behandlar beräkningsstrategier i addition. I vår undersökning har vi kunnat se att samtliga lärarhandledningar behandlar standardalgoritmen och någon beräkningsstrategi i skriftlig huvudräkning. Däremot ges nästan alltid standardalgoritmen störst utrymme och fler olika sorters uppgifter tas även upp till denna metod. Vi har även kunnat se att samtliga lärarhandledningar ger en liten variation på olika sorters beräkningsstrategier inom skriftlig huvudräkning. Vårt resultat har också visat att utrymmet som de två metoderna ges inte behöver stämma överens med vilken av de två metoderna som författarna förespråkar. Vi har också kunnat se att de lärarhandledningar där författarna förespråkar standardalgoritmen också är de handledningar där en procedurrell undervisning förespråkas samt att enbart en utav lärarhandledningarna tillräckligt tydligt behandlar de tre begrepp som är viktiga att eleverna har förståelse för vid presentation utav beräkningsstrategier i addition. Resultatet i vår studie tyder även på att samtliga lärarhandledningar till stor del består av instruerande delar. Det har även visat sig att tre utav de fyra lärarhandledningar som vi har analyserat kan ge lärare ett visst stöd för att skapa sig en förståelse för beräkningsstrategier i addition samt hur de kan undervisa i dessa.

Ordningen som metoderna presenteras i

I vår studie har vi funnit att tre utav lärarhandledningarna som vi analyserade presenterar skriftlig huvudräkning före standardalgoritmen samt att metoderna i princip följer direkt efter varandra. Enligt Mardjetko och Macpherson (2007) ska eleverna först presenteras för skriftlig huvudräkning och först senare introduceras för standardalgoritmen. Även Csikos (2016) drar slutsatsen att en för tidig introduktion av standardalgoritmen kan ge eleverna en felaktig uppfattning kring användning av metoden. Vi kan alltså se att lärarhandledningarnas upplägg stämmer överens med den ordning som forskning talar för, men med den skillnaden att forskning rekommenderar en ännu senare presentation av standardalgoritmen. Vad detta ger för effekter har vi i nuläget inte en tillräcklig grund att stå på för att kunna redogöra för.

Undervisning kring olika beräkningsstrategier

Den forskning som vi tidigare presenterat i vår forskningsbakgrund under rubriken "Undervisning kring en eller flera beräkningsstrategier" visar sig vara relativt enig i att eleverna behöver få ta del av olika beräkningsstrategier i undervisningen. Även ett utav kunskapskraven i matematik menar att eleverna ska kunna anpassa val av beräkningsstrategi efter uppgift (Skolverket, 2011). Enligt forskare, bland annat Löwing (2008), krävs det att eleverna har fått undervisning i olika beräkningsstrategier för att de ska kunna ha ett urval att välja mellan. I samtliga lärarhandledningar som vi har analyserat har författarna lyft att eleverna ska få ta del av och använda sig av olika beräkningsstrategier, dock i olika grad. Lithner (2008) tar dessutom upp att en läsning vid standardalgoritmen påverkar elevernas förmåga till att anpassa beräkningsstrategi till uppgift negativt. I två av lärarhandledningarna finner vi dessutom att författarna mer eller mindre tydligt förespråkar att det är

standardalgoritmen som ska användas. Detta gör att vi anser att två utav lärarhandledningarna ändå inte förespråkar användning utav flera beräkningsstrategier. Detta anser vi är en negativ egenskap hos dessa två handledningar, eftersom både forskning samt vårt resultat från vår tidigare studie visar en positiv påverkan på elevernas matematiska förmåga om de har fått undervisning i olika beräkningsstrategier.

Det finns dock forskare som visar på resultat som talar för att det är negativt att eleverna undervisas i flera olika beräkningsstrategier. Bentley och Bentley (2011) beskriver att i deras analys utav ett kompetensutvecklingsprojekt fann de att eleverna blandade ihop mellanleden till de olika beräkningsstrategierna i skriftlig huvudräkning. Även i en av lärarhandledningarna tar författarna upp detta som anledningen till den begränsning de gjort i val av beräkningsstrategier. Dock menar också Bentley (2012) att matematikundervisningen ofta sker genom procedurell undervisning. Därför är vår åsikt ändå fortfarande att läromedel och lärarens undervisning bör bestå utav fler beräkningsstrategier än vad som tas upp i de lärarhandledningar vi har analyserat, men enbart så länge som undervisningen kring dessa byggs på en begreppsförståelse. Denna slutsats drar vi utifrån att om eleverna har haft en procedurell undervisning gör det enligt Hedrén (2001, 2006) att även beräkningsstrategier i skriftlig huvudräkning lärs in som mekaniska procedurer. Och om eleverna enbart lär sig beräkningsstrategierna som mekaniska procedurer leder det enligt Löwing och Kilborn (2003) till att eleverna använder strategierna utan att ha en förståelse för dem. Detta kan vi anta leder till att eleverna behöver pränta in de olika beräkningsstrategiernas steg på liknande sätt som glosor, och vi anser det i detta fall mycket möjligt att eleverna lätt kan blanda ihop de olika mellanleden eftersom det kan vara svårt att behålla allt i minnet. Däremot anser vi att om eleverna har fått en konceptuell undervisning har de fått en begreppslig förståelse och på så vis en god uppfattning om likhetstecknets betydelse, positionssystemet, additionstabellen och tals uppdelning. Genom denna förståelse kan eleverna se på en uppgift vad som behöver göras för att den ska bli enklare att räkna ut, och på så vis behöver de inte minnas namn och mellanled i olika strategier. Dessa slutsatser drar vi utifrån det Alm (2007) tar upp i sin analys, vilket är att elever behöver kunna utnyttja sin förståelse för tals uppdelning, positionssystemet och likhetstecknet samt att enligt Hickendorffs et al. (2010) studie har elever som har en god begreppsförståelse lättare för att växla mellan olika beräkningsstrategier.

Utrymmet som de olika beräkningsstrategierna ges jämfört med vilken av metoderna som författarna förespråkar

Hedrén (2001) tar upp att standardalgoritmen idag har fått en minskad betydelse från att ha varit den enda metod som undervisats i. Alm (2007) beskriver att hon i sin analys av resultaten på de nationella proven kunde se att skriftlig huvudräkning har börjat användas mer av eleverna samt att addition är det räknesätt där eleverna använder sig minst utav standardalgoritmen som metod. Dock visar vårt resultat att i tre utav lärarhandledningarna får standardalgoritmen ett större utrymme än skriftlig huvudräkning. Vi har också kunnat se att lärarhandledningarna tar upp mycket få olika beräkningsstrategier inom skriftlig huvudräkning. De beräkningsstrategier vi benämner hundra-/tiokamrater och uppdelning tas inte upp i någon utav lärarhandledningarna. Den beräkningsstrategi som återfinns i tre utav lärarhandledningarna är den beräkningsstrategi vi kallar *varje talsort för sig*. Vid en jämförelse med resultatet av vår tidigare studie (Eriksson & Rosén, 2015) kan vi se att denna strategi även var den strategi av skriftlig huvudräkning som eleverna i studien använde sig utav mest. Vår slutsats blir att vi anser att samtliga lärarhandledningar som vi har analyserat brister i sitt utbud av beräkningsstrategier i addition.

Utifrån resultatet från vår studie fann vi att tre utav lärarhandledningarna har mer komplicerade uppgifter till standardalgoritmen än vad de har till skriftlig huvudräkning. Dessutom förespråkar samtliga författare att standardalgoritmen bör användas vid mer komplicerade uppgifter. Med mer komplicerade uppgifter syftar författarna till uppgifter som innehåller addition med minst tresiffriga tal, tre termer eller flera tiotalsovergångar. Hedrén (2001) lyfter att en fördel med standardalgoritmen är att den kan användas på samma sätt oavsett tal i uppgiften. Han nämner också att skriftlig huvudräkning enbart bör användas av eleven så länge som denne klarar av att utföra beräkningen enkelt. Enligt Hedrén finns det alltså en begränsning i vilka tal skriftlig huvudräkning bör användas till. Vi anser därför författarnas upplägg av mer komplicerade uppgifter till standardalgoritmen som rimlig och att det inte behöver höra samman med att de förespråkar metoden som mer betydelsefull än skriftlig huvudräkning. Detta finner vi kan vara en anledning till att det utrymme som de olika metoderna ges i lärarhandledningarna inte alltid stämmer överens med vilken metod författarna förespråkar. Däremot, även om vi anser det logiskt att författarna lyfter svårare uppgifter till standardalgoritmen, anser vi att även vissa beräkningsstrategier i skriftlig huvudräkning bör presenteras ihop med mer komplicerade uppgifter. Ett exempel är beräkningsstrategin som vi kallar kompensering som på ett enkelt sätt kan användas för att lösa uppgiften $1999 + 2998 + 797 = 2000 + 3000 + 800 - 5 = 5800 - 5 = 4795$. Denna uppgift innehåller både tre termer, minst tresiffriga tal samt tiotalsovergångar. Eftersom att med standardalgoritmen hade denna uppgift istället krävt större arbete för elevernas tankegång med innehållande av flera minnessiffror.

Beräkningsstrategiernas begreppsliga förankring jämfört med vilken av metoderna som författarna förespråkar

I vår forskningsbakgrund visas att samtliga forskare är eniga om att det krävs en begreppsförståelse hos eleverna för att de ska kunna få en förståelse för användning utav olika beräkningsstrategier i addition. Utifrån de aspekter som Reys et al. (1995) tar upp kring vad en god taluppfattning innebär har vi använt aspekterna positionssystemet, automatisering av additionstabellen samt likhetstecknets betydelse för att analysera lärarhandledningarna och se om de bygger presentationen av beräkningsstrategier i addition på en begreppslig förståelse. I vårt resultat har vi kunnat se att enbart en utav handledningarna på ett tillräckligt tydligt sätt lyfter fram samtliga utav dessa tre begrepp, men att vi även i denna handledning har funnit brister. Vår slutsats blir att även om vi har kunnat se att två utav lärarhandledningarna utgår från en konceptuell inriktning, behöver samtliga lärarhandledningar ändå förbättras kring hur behandling utav viktiga matematiska begrepp som behövs vid användning utav beräkningsstrategier i addition behandlas.

Vid en jämförelse mellan resultaten till vår andra och tredje frågeställning har vi kunnat se att de lärarhandledningar som vi funnit har en procedurell syn på undervisningen också var de författare som förespråkar standardalgoritmen. Enligt Löwing och Kilborn (2003) introduceras ofta standardalgoritmen som en mekanisk procedur. Detta anser vi stämmer med vad vårt resultat har visat där en procedurell syn på undervisningen hör samman med att författarna förespråkar standardalgoritmen. Dock kommer inte bara standardalgoritmen att läras ut som en mekanisk procedur genom dessa handledningar, utan också skriftlig huvudräkning kommer att läras ut som mekaniska procedurer. Detta eftersom enligt Hedrén (2001, 2006) leder en undervisningen som inte baseras på en begreppsförståelse hos eleverna till ett mekaniskt inlärande av beräkningsstrategier i skriftlig huvudräkning.

Om lärarhandledningarna kan stödja läraren i dennes arbete

Vår studies resultat visar på att samtliga lärarhandledningar till stor del består utav instruerande delar. Detta stämmer väl överens med Johanssons (2006) resultat i att det är vanligt med instruerande läromedel i matematik i Sverige. Vårt resultat visar också på att även om tre av lärarhandledningarna tydligt förklarar de beräkningsstrategier som tas upp, är det i de delar som behandlar uppgifterna i elevernas läroböcker få och oftast indirekta förklaringar av beräkningsstrategierna. Även detta stämmer överens med Johanssons (2005a) resultat i att svenska läroböcker till stor del består av uppgifter med få argument och förklaringar till de underliggande matematiska principerna. I vår studies resultat kan vi även se att två av lärarhandledningarna ger instruerande handlingar som varierande vänder sig till lärare eller elever, medan en lärarhandledning nästan enbart har instruerande handlingar som vänder sig enbart till eleverna och en annan handledning enbart till läraren. Detta är också något som anser vi kan stämma överens med vad forskning visar, eftersom Johansson (2003) tar upp att man har sett en tendens till att svenska läromedel är anpassade till både lärare och elever.

Bentley och Bentley (2011) tar upp att läromedel ofta presenterar en beräkningsstrategi i taget och att varje beräkningsstrategi följs av uppgifter som är anpassade till just den strategin. I vår studie har vi funnit att samtliga lärarhandledningarna utom en presenterar en uppbyggnad av elevernas lärobok på detta sätt, men att också en av lärarhandledningarna visar att det finns en efterföljande sida med blandade uppgifter där eleverna får träna sig i att välja beräkningsstrategi efter uppgift. Vår studies resultat stämmer därför delvis överens med vad forskning visat. Vårt resultat stämmer även delvis överens med det Ahls et al. (2015) studie visar, vilket är att de lärarhandledningar som undersöktes har en avsaknad av förslag på hur lärare kan arbeta med elever som kört fast. I vår studie har vi kunnat se att i hälften av de lärarhandledningar som vi analyserat ges förslag på hur läraren kan arbeta vidare med eleverna kring de missuppfattningar som tas upp i handledningen.

Något i vårt resultat som inte stämmer överens med forskning är dock det som Johansson (2003, 2005b) tar upp kring att det är vanligt att läromedel talar genom läraren till eleverna istället för att tala direkt till läraren. I vår studie har vi funnit att alla lärarhandledningar utom en talar till läraren. Den lärarhandledning som talar genom läraren är även den äldsta handledningen, vilket med det Johansson tar upp, kan tyda på att det har skett en utveckling av hur svenska lärarhandledningar vänder sig till lärare. I Remillards et al. (2014) studie visar det sig att sammanlagt har de två svenska lärarhandledningarna som undersöktes högre grad av delar som förespråkade lärarens eget besluttande än de andra ländernas handledningar. I vår studie visar det sig dock att det är i enbart två utav lärarhandledningarnas inledning som författarna tydligt skriver ut att de menar att läraren ska ta egna beslut angående hur denne vill använda sig utav handledningen i sin undervisning. Däremot ges det i lärarhandledningarnas delar som tar upp beräkningsstrategier i addition enbart indirekta möjligheter för lärarna att ta egna beslut angående undervisningen. Vi ställer oss därför frågande till hur mycket som egentligen blir lärarens eget beslut även i dessa indirekta antydningar, eftersom författarna genom att uttrycka sig på detta sätt samtidigt talar om för läraren vad de anser att denne borde göra. Vår åsikt är därför att vårt resultat inte heller stämmer överens med vad forskning visar angående svenska lärarhandledningars bestående av lärarens eget besluttande.

Vår sammanfattande slutsats, utifrån de tre föregående styckena, blir att jämförelsen mellan tidigare forskning och vårt resultat visar på att det inte har skett en tillräcklig utveckling utav svenska lärarhandledningar för att kunna ge lärare tillräckligt stöd i att skapa sig en förståelse för beräkningsstrategier i addition samt hur denne kan undervisa i dessa.

Vad resultatet från TIMSS 2015 kommer att visa

I slutet av vår diskussion av resultat i vår tidigare studie lyfter vi reflektioner vi hade kring vad rapporten från TIMSS 2015 kommer att visa för resultat. Även denna gång vill vi kort lyfta funderingen kring om vad TIMSS 2015 rapport kommer att visa kring elevers resultat i årskurs fyra för området Taluppfattning och aritmetik. Kommer den att visa en förbättring av elevernas resultat? Och har resultat möjligen kunnat påverkas av de lärarhandledningar som utkommit efter TIMSS 2011 (Skolverket, 2012)? Som till exempel *Mattespanarna* eller revideringen av *Matte Direkt Borgen*?

Sammanfattningsvis ville vi med denna studie ta reda på hur lärarhandledningar i matematik behandlar olika beräkningsstrategier i addition. Efter att ha genomfört vår studie har vi funnit att i samtliga, av de fyra lärarhandledningar som vi har analyserat, ges standardalgoritmen ett större utrymme än skriftlig huvudräkning. Detta behöver dock inte höra samman med vilken av metoderna som författarna förespråkar. Vi har också kunnat se att samtliga lärarhandledningar har brister i hur de behandlar de viktiga matematiska begrepp som behövs vid användning utav beräkningsstrategier i addition, även om vi anser att två av lärarhandledningarna utgår från en konceptuell inriktning. Ytterligare en aspekt vi har kunnat se är att samtliga lärarhandledningar består till stor del utav instruerande delar men att det i tre utav handledningarna dessutom finns med bildande delar. Dock är vår åsikt att det inte skett en tillräcklig utveckling utav svenska lärarhandledningar för att kunna ge lärare tillräckligt stöd i att skapa sig en förståelse för beräkningsstrategier i addition samt hur denne kan undervisa i dessa.

Metoddiskussion

Efter att ha genomfört vår studie ser vi att den metod vi valde har fungerat väl utifrån syftet med vår studie.

En nackdel som Esaiasson et al. (2003) tar upp finns vid användning utav ett analysredskap är att analyserna kan bli låsta vid det som analysredskapet fokuserar på, och på så vis kan andra viktiga delar av materialet förbises. Med detta vill vi lyfta ut en del som kan ha haft en stor påverkan på vår studie. Detta är att om vi i konstruktionen utav vårt analyschema kring instruerande och bildande delar hade valt ut fler egenskaper att granska skulle det ha kunnat leda till att vårt resultat hade kunnat bli något annorlunda sätt till vilket stöd de olika lärarhandledningarna har möjlighet att ge till läraren i dennes arbete. Dock anser vi att samtliga delar vi tagit ut är några av de mest väsentliga, vilket gör att vårt resultat nog ändå inte skulle ha ändrats avsevärt mycket. Därför kan vi anta att vår slutsats kring det stöd lärarhandledningarna kan ge till läraren i dennes arbete med beräkningsstrategier i addition ändå är troliga.

Efter avslutad granskning har vi även insett att det kräver stor kompetens och noggrannhet för att klara av att granska olika texter. Därför är vi medvetna om att det kan finnas felkällor i vår bedömning. Dock har vi för att minska risken för detta konstruerat ett tydligt analysredskap som vi använt oss av vid vår innehållsanalys av samtliga lärarhandledningar samt gjort valet att vi först var för sig analyserat samtliga lärarhandledningar.

Fortsatt forskning

Det finns flera tänkbara möjligheter att utveckla vår studie. En av dessa möjligheter kan vara att undersöka vad lärare anser om motsvarande lärarhandledningar som vi har analyserat. Detta skulle kunna göras genom att undersöka vad en mindre grupp lärare anser om den lärarhandledning de undervisar utifrån, för att därefter jämföra deras åsikter med det resultat vi fått utifrån den granskning vi gjort av handledningarna. Med andra ord att ta reda på om lärarna har upptäckt de brister och fördelar vi funnit i handledningarna, eller om lärarna anser att det läromedel som de använder sig av är ett fullt fungerande hjälpmedel till deras upplägg av undervisning. Det kan till och med vara så att lärarna anser att handledningen inte har några brister. Undersökningen skulle då kunna ge information om vad lärarna anser och om de ser på läromedlen utifrån samma perspektiv som vi gjort.

En annan uppföljning vår studie hade kunnat utvecklas efter hade varit att undersöka hur lärare använder sig utav de lärarhandledningar som vi har analyserat i denna studie. Detta för att ta reda på om en mindre grupp lärare använder sig av handledningen som ett hjälpmedel eller som ett styrande inslag i hur denne planerar sin undervisning. Det vi i så fall skulle få reda på är hur ofta lärarna använder sig av lärarhandledningen i undervisningen, hur noga lärarna följer det som står i handledningen samt vilken påverkan lärarhandledningen har på läraren. En annan del som också blir tydlig är om författarna lyckats påverka lärarna på det sätt som de önskat. Med andra ord skulle vi kunna undersöka om läromedelsförfattarna lyckats förmedla den tanke de haft med hur lärare ska undervisa. Läromedels påverkan på undervisningen i skolan är också ett område som enligt de forskare vi tagit upp, i forskningsbakgrunden kring läromedel, är ett relativt outforskat område.

Referenser

- Ahl, L., Gunnarsdóttir, G. H., Koljonen, T. & Pálsdóttir, G. (2015). How Teachers Interact and Use Teacher Guides in Mathematics: Cases from Sweden and Iceland. *Nordic Studies in Mathematics Education*, 20(3–4), 179–197.
- Ahl, L., Hoelgaard, L. & Koljonen, T. (2013). Lärarhandledning för inspiration och kompetensutveckling. *Nämnamnaren*, (4), 43-47. Hämtad från http://ncm.gu.se/pdf/namnaren/4347_13_4.pdf
- Alm, L. (2007). På upptäcksfärd i elevernas värld av tal. I T. Englund, A. Petterson & T. Tambour (Red.). *Matematikdidaktiska texter*. Stockholm: Avdelningen för matematikens didaktik och PRIM-gruppen vid Lärarhögskolan i Stockholm Institutionen för undervisningsprocesser, kommunikation och lärande (UKL).
- Ben-Peretz, M. (1990). *The teacher-curriculum encounter: Freeing teachers from the tyranny of texts*. Albany: State University New York Press.
- Bentley, P-O. (2012). Framgångsrik undervisning med fokus på det matematiska innehållet. Bilaga 1. I: Skolverket (2012). *Utökad undervisningstid i matematik. Hur en ökning av undervisningstiden kan användas för att stärka elevernas matematikkunskaper*. Rapport 378. Stockholm: skolverket. Hämtad från http://www.skolverket.se/polopoly_fs/1.183032!/Menu/article/attachment/Rapport_378_Utokad_undervisningstid_i_matematik.pdf
- Bentley, P.O. & Bentley, C. (2011). *"Det beror på hur man räknar!": matematikdidaktik för grundlärare*. Stockholm: Liber.
- Bergström, G. & Boréus, K. (2005). *Textens mening och makt: metodbok i samhällsvetenskaplig text- och diskursanalys* (2., omarb. uppl.). Lund: Studentlitteratur.
- Brown, M. W. (2002). *Teaching by design: Understanding the interactions between teacher practice and the design of curricular innovation*. Doctoral dissertation, Northwestern University, Evanston, IL. Från <https://repositories.lib.utexas.edu/bitstream/handle/2152/ETD-UT-2011-05-3215/BROWN-DISSERTATION.pdf?sequence=1>
- Chavez, O. L. (2003). *From the textbook to the enacted curriculum: Textbook use in the middle school mathematics classroom*. Unpublished doctoral dissertation, University of Missouri, Columbia, MO. Från <http://zeta.math.utsa.edu/~hvz231/dissertation/frontmatter.pdf>
- Cohen, L., Manion, L. & Morrison, K. (2011). *Research methods in education* (7th ed.). London: Routledge.
- Csikós, C. (2016). Strategies and Performance in Elementary Students' Three-Digit Mental Addition. *Educational Studies in Mathematics*, 91(1), 123-139.
- Davis, E. A. & Krajcik, J. S. (2005). Designing Educative Materials to Promote Teacher Learning. *Educational Researcher*, 34(3), 3-14.

- Eriksson, Z. & Rosén, A. (2015). *Skriftlig huvudräkning eller Standardalgoritm?: Undervisningens påverkan på elevers val av strategi vid beräkningar i addition*. Opublicerat Examensarbete, Högskolan Väst, Institutionen för individ och samhälle.
- Esaiasson, P., Gilljam, M., Oscarsson, H. & Wängnerud, L. (2003). *Metodpraktikan: konsten att studera samhälle, individ och marknad* (2., rev. uppl.). Stockholm: Norstedts juridik.
- Fejes, A. & Thornberg, R. (2015). Kvalitativ forskning och kvalitativ analys. I A. Fejes & R. Thornberg (Red.), *Handbok i kvalitativ textanalys* (2. uppl.). Stockholm: Liber.
- Foxman, D., & Beishuizen, M. (2002). Mental calculation methods used by 11-year-olds in different attainment bands: A reanalysis of data from the 1987 APU survey in the UK. *Educational Studies in Mathematics*, 51(1), 41-69.
- Manouchehri, A. & Goodman, T. (1998). Mathematics Curriculum Reform and Teachers: Understanding the Connections. *The Journal of Educational Research*, 92(1), 27-41. Från <http://dx.doi.org/10.1080/00220679809597573>
- Hedrén, R. (1999). Kan elever hitta på egna skriftliga beräkningsmetoder?. *Nämnamnaren* (4), 8-15. Hämtad från http://ncm.gu.se/pdf/namnaren/008015_99_4.pdf
- Hedrén, R. (2001). Räkning i skolan i dag och i morgon: vilka kunskaper och färdigheter är viktiga för eleverna, när många beräkningar kan göras med miniräknare och dator?. I B. Grevholm (Red.), *Matematikdidaktik: ett nordiskt perspektiv* (s. 133-159). Lund: Studentlitteratur.
- Hedrén, R. (2006). Elever har rätt att få lära sig matematik. *Nämnamnaren* (2), 52-53. Hämtad från http://ncm.gu.se/pdf/namnaren/5256_06_2.pdf
- Hickendorff, M., van Putten, C. M., Verhelst, N. D., & Heiser, W. J. (2010). Individual differences in strategy use on division problems: Mental versus written computation. *Journal of Educational Psychology*, 102(2), 438-452.
- Hoelgaard, L. (2015). *Lärarhandledningen som resurs: en studie av svenska lärarhandledningar för matematikundervisning i grundskolans årskurs 1-3*. Licentiatuppsats, Mälardalens Högskola, Skolan för utbildning, kultur och kommunikation.
- Johansson, M. (2003). *Textbooks in Mathematics Education: a Study of Textbooks as the Potentially Implemented Curriculum*. Licentiate Thesis, Luleå University of Technology, Department of Mathematics. Från <http://epubl.luth.se/1402-1757/2003/65/LTU-LIC-0365-SE.pdf>
- Johansson, M. (2005a). *Mathematics textbooks: the link between the intended and the implemented curriculum?* Paper 2. In: Johansson, M. (2006). *Teaching Mathematics with Textbooks: a Classroom and Curricular Perspective*. Doctoral Thesis, Luleå University of Technology, Department of Mathematics. Från
- Johansson, M. (2005b). The Mathematics Textbook: from Artefact to Instrument. *Nordic Studies in Mathematics Education, NOMAD*, 10(3-4), 43-64.

- Johansson, M. (2006). *Teaching Mathematics with Textbooks: a Classroom and Curricular Perspective*. Doctoral Thesis, Luleå University of Technology, Department of Mathematics. Från <http://epubl.ltu.se/1402-1544/2006/23/LTU-DT-0623-SE.pdf>
- Larsen, A.K. (2009). *Metod helt enkelt: en introduktion till samhällsvetenskaplig metod*. Malmö: Gleerup.
- Larsson, S. (1994). Om kvalitetskriterier i kvalitativa studier. I B. Starrin & P-G. Svensson (Red.), *Kvalitativ metod och vetenskapsteori* (s. 163-189). Lund: Studentlitteratur.
- Lithner, J. (2008). A Research Framework for Creative and Imitative Reasoning. *Educational Studies in Mathematics*, 67(3), 255-276.
- Lloyd, G. M. (1999). Two Teachers' Conceptions of a Reform-Oriented Curriculum: Implications for Mathematics Teachers Development. *Journal of Mathematics Teacher Education*, (2), 227-252.
- Löwing, M. (2008). *Grundläggande aritmetik: matematikdidaktik för lärare*. Lund: Studentlitteratur.
- Löwing, M. & Kilborn, W. (2003). *Huvudräkning: en inkörspport till matematiken*. Lund: Studentlitteratur.
- Mardjetko, E., & Macpherson, J. (2007). Is your classroom mental?: Guidelines for enhancing the development of strategies for mental computation. *Australian Primary Mathematics Classroom*, 12(2), 4-9.
- Marklund, C.-S. (1993). För mycket algoritmräkande?. *Nämnamnaren*, (3), 13-16. Hämtad från http://ncm.gu.se/pdf/namnaren/1316_93_3.pdf
- McIntosh, A. (2008). *Förstå och använda tal: en handbok*. Göteborg: Nationellt centrum för matematikutbildning, NCM, Göteborgs universitet.
- Mellin-Olsen, S. (1989). Hvem bestemmer hvilken algoritme elevene skal bruke?. *Nämnamnaren* (3), 40-41. Hämtad från http://ncm.gu.se/pdf/namnaren/5256_06_2.pdf
- Murphy, C. (2004). How do children come to use a taught mental calculation strategy?. *Educational Studies in Mathematics*, 56(1), 3-18.
- Noh, J. & Webb, M. (2015). Teacher Learning of Subject Matter Knowledge Through an Educative Curriculum. *The Journal of Educational Research*, 108(4), 292-305.
- Remillard, J. T. (2005). Examining Key Concepts in Research on Teachers' Use of Mathematics Curricula. *Review of Educational Research*, 75(2), 211-246.
- Remillard, J., Van Steenbrugge, H. & Bergqvist, T. (2014). A Cross-Cultural Analysis of the Voice of Curriculum Materials. In K. Jones, C. Bokhove, G. Howson & L. Fan (Ed.), *Proceedings of the International Conference on Mathematics Textbook Research and Development* (pp.394-400). Southampton: University of Southampton.

Reys, B. J., Reys, R. E., Emanuelsson, G., Holmqvist, M., Häggström, J., Johansson, B., ... Sjöberg Wallby, K. (1995). Vad är god taluppfattning?. *Nämnamnaren* (2), 23-26. Hämtad från http://ncm.gu.se/pdf/namnaren/2326_95_2.pdf

Rockström, B. (2000). *Skriftlig huvudräkning: metodbok*. Stockholm: Bonnier utbildning.

Skolverket. (2003). *Lusten att lära: med fokus på matematik*. (Skolverkets rapport, nr 221). Stockholm: Skolverket. Hämtad 9 april, 2015, från http://www.skolverket.se/om-skolverket/publikationer/visa-enskild-publikation?_url=http%3A%2F%2Fwww5.skolverket.se%2Fwtpub%2Fws%2Fskolbok%2Fwtpubext%2Ftrycksak%2Fblob%2Fpdf1148.pdf%3Fk%3D1148

Skolverket. (2011). *Läroplan för grundskolan, förskoleklassen och fritidshemmet 2011*. Stockholm: Skolverket.

Skolverket. (2012). *TIMSS 2011: Svenska grundskoleelevers kunskaper i matematik och naturvetenskap i ett internationellt perspektiv*. (Skolverkets rapport, nr 380). Stockholm: Skolverket. Hämtad 9 april, 2015, från http://www.skolverket.se/om-skolverket/publikationer/visa-enskild-publikation?_url=http%3A%2F%2Fwww5.skolverket.se%2Fwtpub%2Fws%2Fskolbok%2Fwtpubext%2Ftrycksak%2Fblob%2Fpdf2942.pdf%3Fk%3D2942

Stein, M. K. & Kaufman, J. H. (2010). Selecting and Supporting the Use of Mathematics Curricula at Scale. *American Educational Research Journal*, 47(3), 663-693.

Stukát, S. (2005). *Att skriva examensarbete inom utbildningsvetenskap*. Lund: Studentlitteratur.

Thornberg, R. & Fejes, A. (2015). Kvalitet och generaliserbarhet i kvalitativa studier. I A. Fejes & R. Thornberg (Red.), *Handbok i kvalitativ textanalys* (2. uppl.). Stockholm: Liber.

Van Steenbrugge, H. & Bergqvist, T. (2014). Positioning the Teacher: an Analysis of the Forms of Address of Six Mathematics Curriculum Programs. *American Educational Research Association*.

Varol, F., & Farran, D. (2007). Elementary school students' mental computation proficiencies. *Early Childhood Education Journal*, 35(1), 89-94.

Vasilyeva, M., Laski, E. V. & Shen, C. (2015). Computational Fluency and Strategy Choice Predict Individual and Cross-National Differences in Complex Arithmetic. *Developmental Psychology*, 51(10), 1489-1500.

Vetenskapsrådet. (2011). *God forskningsred. Stockholm: Vetenskapsrådet*.

Whitcare, I. (2014). Strategy ranges: describing change in prospective elementary teachers' approaches to mental computation of sums and differences. *Journal of Mathematics Teacher Education*, (18), 353-373.

Widén, P. (2015). Kvalitativ textanalys. I A. Fejes & R. Thornberg (Red.), *Handbok i kvalitativ textanalys* (2. uppl.). Stockholm: Liber.

Lärohandledningar

Alseth, B., Nordberg, G. & Røsseland, M. (2007). *Pixel: [matematik]. 4A, Läroarbok*. Stockholm: Natur & kultur.

Alseth, B., Nordberg, G. & Røsseland, M. (2007). *Pixel: [matematik]. 4B, Läroarbok*. Stockholm: Natur & kultur.

Björklund, E. & Dalsmyr, H., (2014). *Koll på matematik. 4A, Läroarguide*. Stockholm: Sanoma utbildning.

Björklund, E. & Dalsmyr, H., (2015). *Koll på matematik. 4B, Läroarguide*. Stockholm: Sanoma utbildning.

Flack, P. & Picetti, M., (2011). *Matte Direkt Borgen. Lärohandledning, 4A (2., rev. uppl.)*. Stockholm: Sanoma utbildning.

Flack, P. & Picetti, M., (2012). *Matte Direkt Borgen. Lärohandledning, 4B (2., rev. uppl.)*. Stockholm: Sanoma utbildning.

Hernvald, A., Kryger, G. & Persson, H. (2011). *Mattespanarna. Läroarboken, 4A*. Stockholm: Liber.

Hernvald, A., Kryger, G. & Persson, H. (2011). *Mattespanarna. Läroarboken, 4B*. Stockholm: Liber.

Bilagor

Bilaga 1

Vem som gjort vad i vårt examensarbete

Detta har vi gjort tillsammans:

- Formulerat och skrivit uppsatsen.
- Diskuterat analyserna av lärarhandledningarna.
- Sammanställt resultaten från analyserna och diskussionen av lärarhandledningarna.

Detta har Amanda gjort:

- Läst hälften av litteraturen.
- Analyserat lärarhandledningarna.

Detta har Zandra gjort:

- Läst hälften av litteraturen.
- Analyserat lärarhandledningarna.

Högskolan Väst
Institutionen för individ och samhälle
461 86 Trollhättan
www.hv.se