Gymnasieelevers svårigheter med procenträkning

Anders Isaksson Monica Gillerstedt

Examensarbete 15hp
Utbildningsvetenskap 61 – 90 hp
Lärarprogrammet
Institutionen för individ och samhälle
Höstterminen 2009

Arbetets art: Examensarbete 15 hp, Lärarprogrammet
Titel: Gymnasieelevers svårigheter med procenträkning
Engelsk titel: Upper secondary students' difficulties in calculating percentages
Sidantal: 40
Författare: Anders Isaksson och Monica Gillerstedt
Handledare: Lena Nilsson
Examinator: Maria Svedäng
Datum: november 2009

Sammanfattning

Undersökningen handlar om gymnasieelevers svårigheter med procentavsnittet i matematik. Syftet var att undersöka vilka svårigheter eleverna har att lösa olika sorters räkneuppgifter av procentkaraktär. Vi ville även veta om det skiljer i svårighet att lösa sifferuppgifter respektive textuppgifter samt hur det är med den matematiska begreppsförståelsen.

Studien är gjord på två gymnasieskolor i Västsverige och omfattar 68 elever från fyra olika klasser i årskurs 1 på teknikprogrammet. Samtliga elever har svarat på ett skriftligt test i form av ett diagnostiskt prov och av dessa har sedan 19 elever också intervjuats.

Den skriftliga diagnosen bestod av uppgifter av följande fem typer:

- Att räkna ut delen, då det hela och procenttalet är kända.
- Att räkna ut det hela, då delen och procenttalet är kända.
- Att räkna ut procenttalet, då delen och det hela är kända.
- Begreppen procent och procentenheter.
- Kombinationer och räkning med procent i flera steg.

Elevernas svar har granskats och analyserats med utgångspunkt från Kilpatrick, Swafford och Bradfords (2001) samt Mölleheds (2001) forskning vars arbeten lyfter fram olika färdigheter och påverkansfaktorer som har betydelse för elevernas resultat vid problemlösning i matematik.

Vi har funnit att de flesta elever inte har så stora problem när det gäller de enklare uppgifterna. De problem som finns här består mest av missförstånd av texten, låg uppmärksamhet och bristande räkneförmåga. De lite mer krävande uppgifterna avslöjar desto fler svårigheter. Både antalet svårigheter och antalet elever med svårigheter ökar. I diagnosen finner vi exempel på osäkerhet kring Kilpatricks et al. (2001) alla matematiska färdigheter samt flera av Mölleheds (2001) påverkansfaktorer.

Svårigheterna består i osäkerhet att räkna på rätt sätt och att tolka det uträknade värdet för att kunna svara på den ställda frågan. En textuppgift med helheter och delar som måste byta relation under lösningen av problemet ställer till bekymmer för många. Ingen av de undersökta eleverna har ritat upp och visualiserat i sina uträkningar vilket är en brist då det hade förenklat förståelsen av texten. Vi har även funnit att det finns problem med att på ett korrekt sätt ställa upp det bråk som räknar ut procenttalet, då delen och det hela är kända. En del elever vill gärna ha den stora delen i nämnaren oavsett fråga. Det finns även brister i den matematiska begreppsförståelsen vilken är av stor betydelse för problemlösning. Skillnaden mellan procent och procentenheter är ett sådant exempel. Begreppet procentenheter har gett stora svårigheter för eleverna att tolka och beräkna liksom behandlingen av olika förändringsfaktorer.

Innehållsförteckning

Inledning

Under de senaste åren har svenska skolelevers ämneskunskaper ofta diskuterats i tidningar, radio och TV. Har de tillräckliga kunskaper? Är kunskapsnivån lika hög som tidigare, eller har det skett en försämring? Matematikämnet har varit ett av ämnena i fokus. Det har till stor del handlat om hur vi står oss i jämförelse med andra länder och hur vi bäst utvecklar svensk skola. Forskare och politiker har hänvisat till rapporter från Skolverket och internationella jämförelser som TIMSS[1]och PISA[2]. Vi som följt rapporteringen i media har noterat att det till stor del har handlat om vad rapporterna egentligen har sagt, hur de skall tolkas och ibland även vilken rapport som har sagt vad.

En aktuell artikel av Hammar (Skolvärlden nr 17) har rubriken "Hård kritik mot undervisning i matematik". Med en rapport från skolinspektionen som utgångspunkt skriver författaren bland annat:

> Läroböckerna dominerar för mycket, och det samtalas för lite om matematik på lektionerna. Undervisningen är inte tillräckligt varierad, och därför är den heller inte anpassad till elevers olika förutsättningar och behov (s. 7).

Enligt samma artikel menar Nationellt Centrum för Matematikutbildning [NCM] att svenska matematiklärare i grundskolan varit bland de sämst utbildade bland OECD-länderna[3].

Ovanstående inledning beskriver omständigheter som vi under det senaste året lagt märke till och som motiverat oss till att göra denna undersökning inom ämnet matematik. Denna undersökning handlar om hur eventuella matematiksvårigheter ser ut, avgränsat till området procenträkning hos gymnasieelever. Anledningarna till denna inriktning beskrivs i tre punkter:

- Detta räknesätt dyker upp och används inte bara i skolan utan även på de mest skilda områden i människors vardag. Procentbegreppet är därför enligt Malmer (1999) ett elementärt matematiskt begrepp.

- Egna erfarenheter och tidigare uppsatser och artiklar pekar på att procentuppgifterna inom matematiken kan innebära en svårighet för både lärare och elever.

- Begreppet procenträkning ingår också på ett tydligt sätt i de olika kunskapsmålen för matematiken i grundskola och gymnasium. I Skolverkets kursplan för grundskolan talas det om en strävan att eleven utvecklar sin förmåga att förstå och använda procent. Vidare står det på att ett mål för elever i åk 9 är att de skall ha goda färdigheter i att kunna använda procent i huvudräkning, skriftliga räknemetoder och med hjälp av tekniska hjälpmedel.

---

[1] TIMSS (Trends in International Mathematics and Science Study) är en internationell undersökning i matematik och naturkunskap för elever i årskurs 8 och undersökningen utförs av IEA (International Association for the Evaluation of Educational Achievement).

[2] PISA (Programme for International Student Assessment) är ett OECD-projekt som syftar till att undersöka i vilken grad respektive lands utbildningssystem bidrar till att femtonåriga elever, är rustade att möta framtiden. Genom olika prov undersöks elevernas förmågor inom tre kunskapsområden: matematik, naturvetenskap och läsförståelse.

[3] OECD är en organisationen för ekonomiskt samarbete och utveckling med 30 medlemsländer, däribland Sverige. Organisationen skall vara en miljö där regeringarna jämför politiska erfarenheter, söka svar på gemensamma problem, identifierar god praxis och samordnar nationell och internationell politik.

Procentbegreppet introduceras och arbetas med i årskurserna 4, 5 och 6. Individualisering gör förmodligen att spridningen i hur mycket eleverna, under dessa år, arbetar med denna sorts uppgifter är stor. När eleverna går i årskurserna 7, 8 och 9 återkommer och fördjupas räkningen. Vid utgången av grundskolan finns de nationella målen som ger riktlinjer för elevernas kunskaper. Ungdomar som i sitt slutbetyg är godkända i matematik bör därför vara väl förtrogna med uppgifter av procentkaraktär. På gymnasiets A-kurs arbetar eleverna för minst fjärde gången med uppgifter av denna typ. Saker vi människor lär oss vid ett tillfälle faller lätt i glömska och måste repeteras för att kunna användas eller redovisas. Procentavsnittet återkommer vid så många tillfällen att de flesta eleverna i 16-17 års ålder utifrån detta faktum borde ha förutsättningar för att behärska detta.

Den praktiska verkligheten för våra elever är inte lika enkel. För de som har svårigheter med matematik kan det enligt Sjöberg (2006) bero på att det krävs en mängd kunskap och förståelse av matematiska uttryck, samband och rent räkneteknisk skicklighet för att lyckas. Saknas någon eller några av dessa färdigheter får eleven genast problem. Procenträkning är ett mångsidigt område som kräver att eleverna både har bredd och djup i sin kunskap för att lyckas. Det kan vara så att kunskapsutvecklingen i procenträkning är låg bland många elever, trots att studier (Elvstam & Månsson, 2006) visar att räkneuppgifterna med procent ökar mycket lite i svårighet från en årskurs till en annan. Med hjälp av diagnosuppgifter har Löwing och Kilborn (2002) påvisat den låga kunskapsutvecklingen på det närliggande området decimaltal. De har i sin forskning även funnit att många elever lämnar grundskolan utan att ha matematiska baskunskaper, vilket förklarar varför det enligt författarna är många elever som har svårt att klara A-kursen på gymnasiet.

Skolverket hävdar i resultatrapporten PISA (2006), att det inte är kontroversiellt att konstatera att de nationella kunskaperna i matematik inte är tillräckligt bra. Det skriver alla under på, menar Skolverket, medan åsikterna går isär när det gäller orsaker och lösningar. En åtgärd som avser att ge bättre resultat är den nya läroplanen för den obligatoriska skolan, Skola 2011. Skolverkets ambition med denna är bland annat att minska målträngseln. Med detta menas att de skrivna målen i läroplaner och kursplaner skall göras tydligare och enklare att förstå.

Syfte och frågeställningar

Syftet med undersökningen är att ge en aktuell bild av gymnasieelevers svårigheter med procenträkning och för att underlätta och ge struktur åt undersökningen har vi arbetat med följande tre frågeställningar:

1. Vilka svårigheter har elever att lösa olika sorters räkneuppgifter av procentkaraktär?

2. Skiljer det i svårighet att lösa sifferuppgifter respektive textuppgifter?

3. Har eleverna svårigheter med den matematiska begreppsförståelsen?

Med sifferuppgifter avses matematikuppgifter där det är minimalt med förklarande ord. Siffror och räknesymboler dominerar instruktionen. Dessa uppgifter kan för de som behärskar procenträkning ses som rutinuppgifter eller standarduppgifter vilka beskrivs av Taflin (2003) som uppgifter vars lösning eleven är bekant med och enbart innebär färdighetsträning.

Våra textuppgifter i diagnosen är menade att beskriva en vardagssituation eller åtminstone en möjlig frågeställning i det vardagliga livet. Här krävs det en förståelse och tolkning av vad texten säger och uträkningen kan kräva flera steg. Definition enligt Taflin (2003):

> "Textuppgifter"/"Benämnda uppgifter"/"Vardagsproblem" betyder att det i uppgiften även finns ett språk utöver de matematiska symbolerna. Texten är till för att visa på en tillämpning av matematik eller ge en matematisk modell. Dessa uppgifter kan innebära svårigheter som inte har med matematik att göra utan blir svårlöst därför att eleven inte förstår språket. (s.12)

Forskningsbakgrund

Procenthistorik

Runt år 0 härskade kejsar Augustus över romarriket. Han behövde pengar till att underhålla sina stora ockupationsstyrkor och utfärdade ett påbud att hela världen (länderna kring Medelhavet samt en stor del av Europa) skulle beskattas med en viss bråkdel av all försäljning, i det här fallet 1/100. Romarna hade inget procenttecken och om man menade 20/100 så skrev man 20 per cento eller 20p100 (där p=per=för varje). På 1400-talet kortade man ner skrivsättet och skrev istället 20pc□ (där c=cento=100). En kvarleva från denna tid hittar vi fortfarande i utländska tidskrifter då man skriver 20pc. Procenttecknet som vi använder idag började användas på 1600-talet då p:et försvann och ringen och c:et skrevs ihop till 20$\frac{o}{o}$ och så har skrivsättet % samt procentbegreppet blivit infört. Några orsaker till att procentbegreppet har funnits i så många århundraden är att på 1500-talet ökade handelsutbytet kraftigt och att det arabisk/indiska positions- och siffersystemet slog igenom vilket underlättade för bank- och handelmän i beräkningar med räntor och rabatter. Det arabisk/indiska positionssystemet har basen 10 vilket passar procentbegreppet utmärkt väl (Olsson, 1999).

Matematiska kunskaper

Forskningen inom ämnet matematik och matematikproblem är mycket omfattande. Matematik har av tradition alltid haft en hög status inom skolvärlden. Många hävdar att matematik, vid sidan av det svenska språket, är det viktigaste ämnet i skolan (Högskoleverkets [HSV] rapport från bedömningsgruppen för studenternas förkunskaper i matematik, 1999, 17). De som upplever att matematik är svårt vill gärna säga att dessa kunskaper inte är så viktiga och att avancerad matematik bara är till för ingenjörer och specialister. I HSV:s ovan nämnda rapport anses det tvärtom gagna alla att ha bra kunskaper inom matematik och matematiska kunskaper delas in i tre olika typer:

1. För det första gäller det att kunna den matematiska strukturen och förstå de begrepp och samband som finns inom en teori.

2. Den andra typen av kunskap är förmågan att använda de begrepp, metoder och resultat som är aktuella, vilket de kallar metodkunskap.

3. Till sist är det viktigt att kunna använda sig av matematiken i olika tillämpningar, både inom matematiken men också inom andra områden.

Sett ur ett historiskt perspektiv kan man urskilja olika tider då någon av de tre kunskapstyperna har varit den dominerande då det gäller utbildning. För att uppnå den bästa kunskapsnivån så gäller det att behärska alla tre typerna av kunskap. Bedömningsgruppen talar om att elever uppnår ”matematisk mognad” då de har fått förståelse för matematik enligt de tre kunskapstyperna och dessutom kan kombinera de olika perspektiven. Det krävs stora insatser under lång tid från elevens sida för att uppnå goda matematikkunskaper, både när det gäller förståelse och färdighet.

Svårigheter

Sjöberg (2006) menar att eftersom mänskligt lärande är en aktiv process som sker i en social gemenskap i ett kulturellt sammanhang, så kan man sätta in detta i ett sociokulturellt perspektiv. För att lärandet ska bli effektivt krävs en interaktion mellan den individuella processen hos den enskilde eleven och det sociala samspelet i gruppen. Han menar också att inlärning är något som sker hela tiden och kunskap överförs och förädlas mellan människor. Sjöbergs avhandling handlar om elever som har svårigheter att klara grundskolans mål i matematik och han menar bland annat att kommunikation är en mycket betydande faktor i matematikundervisningen.

Löwing och Kilborn (2002) anser bland annat att det som en konsekvens av att bråkräkning tonats ned, uppstått nya problem vid räkning med decimaltal och procent. I *Baskunskaper i matematik*, belyser de elevers kunskaper i matematik på ett övergripande sätt. Det talas om att ämnet av många setts som "det lättskötta ämnet" (s. 74) vilket de absolut inte håller med om. De menar att låg- och mellanstadielärare som står för 2/3 av grundskolans undervisning i matematik grundlägger elevernas kunskaper och attityder till skolämnet. Samtidigt pekar de på att dessa yrkesgrupper till följd av lärarutbildningens utformning ofta saknar djupare kunskaper i ämnets teori och didaktik. Något som direkt kan kopplas till procenträkning är deras resultat att många elever endast kan tolka ett bråk på ett sätt, att dela täljaren i så många delar som nämnaren visar. Det går bra vid tal som 800/4, men när det står 800/400 och det bästa är att se efter hur många gånger nämnaren går/får plats i täljaren blir det enligt författarna mycket svårt för alla elever som med huvudräkning är hänvisade till den första modellen.

Eftersom åldersskillnaden mellan elever i åk 9 och åk 1 på gymnasiet är liten är det intressant att läsa undersökningen av procentförståelse i årskurs 9 av Omfors (2003). Denna visar att många elever hade problem med begreppsförståelsen och genom mekaniskt räknande klarades endast enkla uppgifter. Det var stora bekymmer med procentuella förändringar och begreppen procent och procentenheter förstod man inte skillnaden på.

Elvstam och Månsson (2006) har undersökt procentkunskaper i åk 6 och åk 1 på gymnasiet. Deras studie av läroböcker visar att svårighetsgraden på uppgifterna inte förändras speciellt mycket mellan åk 6 och åk 9 men enligt dem lyckas eleverna på gymnasiet betydligt bättre med att lösa procentuppgifter jämfört med de yngre eleverna. Båda elevgrupperna lyckades bäst med vardagsanknutna uppgifter som exempelvis realisation av en DVD-spelare. Gymnasieelever behärskar inte begreppet förändringsfaktor och de hade svårigheter att tolka en textuppgift av typen att räkna ut det hela, då delen och procenttalet är kända.

Matematisk kompetens

Niss och Højgaard Jensen (2002) redovisar matematisk kompetens i form av åtta punkter. De har i en arbetsgrupp, på uppdrag av Danmarks motsvarighet till utbildningsdepartementet, arbetat fram denna kunskapsbaserade systematik som syftar till ökad förståelse och utveckling/förnyelse av matematikämnet. Istället för tidigare fokusering på ett visst läsårsinnehåll önskar de ha ett system där elever skall ha ett bestämt mått av kunskap vid en given skolnivå.

Deras åtta grundläggande matematiska kompetenser, som de anser gäller för alla nivåer av utbildning, ser ut på följande sätt:

1. Tankegångskompetens - att ha förmåga till matematisk tankegång.
2. Problembehandlingskompetens - att kunna formulera och lösa matematiska problem.
3. Modelleringskompetens - att kunna bygga och analysera matematiska modeller för uträkningsproblem i vardagen. Enligt Skolverket: Modelleringskompetens innefattar att utifrån utommatematiska situationer skapa och använda en matematisk modell, tolka de resultat som den matematiska modellen ger när den används samt utvärdera den matematiska modellen genom att klargöra dess begränsningar och förutsättningar.
4. Resonemangskompetens - att kunna följa och föra matematiska resonemang
5. Representationskompetens – enligt Skolverket, förmåga att ersätta en matematisk företeelse med en annan. T.ex. att representera en abstrakt företeelse (t.ex. begreppet sfär) med ett konkret materiellt (t.ex. en boll) eller mentalt objekt (t.ex. tanken att alla punkter på ytan befinner sig på samma avstånd från centrum). Eller att representera en konkret företeelse (t.ex. 12 äpplen) med ett tal.
6. Symbol- och formalismkompetens - att kunna förstå och hantera matematikens symbolspråk.
7. Kommunikationskompetens - att förstå skriven och talad matematik samt förmåga att uttrycka sig både muntligt och skriftligt.
8. Hjälpmedelskompetens - att känna till och kunna använda sig av de tekniska hjälpmedel som finns samt vara medveten om deras brister och begränsningar.

Dessutom anger man tre punkter som anses vara utmärkande och speciellt för ämnet matematik.

1. Matematikens praktiska användning i andra skolämnen och i arbetsliv.
2. Matematikens historiska utveckling, såväl inom ämnet som i samhällsliv.
3. Matematikens ämneskaraktär.

Teori

Som utgångspunkt för våra teorier har vi valt att använda oss av Kilpatrick, Swafford och Bradford (2001) samt Möllehed (2001). Deras arbeten lyfter fram olika faktorer som påverkar elevernas resultat vid problemlösning i matematik. Båda rapporterna hänvisar vid flera tillfällen till den ungerske matematikern George Pólyas forskning kring problemlösning i matematik. Polya (1948, refererad i Möllehed, 2001) visar bland annat på fyra viktiga faser vid problemlösning enligt följande:

1. Att förstå problemet.
2. Att göra upp en plan.
3. Att genomföra planen.
4. Att se tillbaka på lösningen.

Kilpatrick et al. (2001) beskriver matematiska kunskaper som trådar som flätas samman och bildar en enhet. Han menar att det finns fem olika trådar som var och en utgör en egen aspekt av matematiska färdigheter. Dessa aspekter är på intet sätt oberoende av varandra utan bildar tillsammans en komplex enhet vilket betyder att de fem trådarna är inflätade i och helt beroende av varandra i utvecklingen av matematiska färdigheter.

- **Begreppsförståelse** eller ”conceptual understanding” innebär att det finns en förståelse för begrepp och operationer. Kilpatrick menar att en elev som har god begreppsförståelse förstår mer än bara enstaka metoder, han/hon har fått en helhetssyn som tillåter dem att utnyttja de kunskaper de redan har till att tillskansa sig nya kunskaper. De förstår varför en matematisk idé är nyttig och har insett i vilken kontext de kan utnyttja den.
- **Procedurbehärskning** eller ”procedural fluency” innebär att skickligt kunna använda olika matematiska procedurer på ett effektivt, flexibelt och noggrant sätt.
- **Strategisk kompetens** eller ”strategic competence”, är den tråd som handlar om att man ska kunna formulera, representera och lösa matematiska problem. Här gäller det att inte enbart kunna lösa vissa givna problem utan även kunna formulera egna problem som kan tänkas uppstå, exempelvis i vardagslivet. Därefter även ha kunskapen om att kunna framställa eller visa problemet i lämplig form för att till slut, med hjälp av tidigare kunskaper, även kunna lösa det aktuella problemet.
- **Resonerande** eller ”adaptive reasoning”, innebär att inneha en kapacitet att kunna ge förklaringar och tänka logiskt om förhållandet mellan olika matematiska begrepp och situationer.
- **Produktiv inställning** eller ”productive disposition”, innebär att ha en inställning till matematiken som förnuftig och att den är användbar och värdefull. Dessutom att kunna se sig själv flitigt studera och använda matematik och att arbetet verkligen lönar sig.

Kilpatrick et al. (2001) menar att om man inte har bra matematiska kunskaper så går man miste om möjligheter i livet och dessutom kan det ge svårigheter i många vardagssituationer. Han har ett citat som passar in på alla elever som studerar matematik, ”All young Americans must learn to think mathematically, and they must think mathematically to learn” (s.16).

En studie som utförts av Möllehed (2001) och som publicerats i avhandlingen Problemlösning i matematik - en studie av påverkansfaktorer i årskurserna 4-9, visar att sexton olika faktorer påverkar eleverna vid problemlösning i matematik. Nedan räknar vi upp de olika faktorerna samt beskriver brister som förekommer hos elever i respektive faktor.

1. **Textförståelse:** Man missförstår hela eller delar av innehållet i texten. Innebörden av problemet missas.
2. **Visuell förståelse:** Eleven har missuppfattat elementen eller gjort en egen felaktig modell av en geometrisk figur.
3. **Verklighetsuppfattning:** En felaktig uppfattning om verkligheten såsom att använda orealistiska värden, ha en felaktig tidsuppfattning, ha en felaktig modell av ett föremål eller händelse eller göra upprepningar.
4. **Uppmärksamhet:** Här är det frågan om att eleven gör slarvfel som till exempel att svara på en annan fråga eller utelämna ett värde eller kanske ge ett ofullständigt svar.
5. **Separation:** Eleven blandar ihop olika mätetal eller storheter med varandra.
6. **Relationer mellan helheten och dess delar:** Här kan man inte se hur delarna och helheten hör samman.
7. **Kombinationsförmåga:** Eleven kan inte hitta rätt kombinationer och grupperingar.
8. **Logik:** Man missar här att dra slutsatser från de svar som framkommit eller kan inte ge tillräckliga motiveringar. Tankegången kan också visa sig vara ofullständig.
9. **Proportionell förståelse:** Eleven klarar inte av att tillämpa ett proportionellt tänkande om det behövs, exempelvis genom att använda sig av en felaktig skala vid mätningar.
10. **Konstans:** Elever har svårt att inse att i vissa uppgifter är arean och volymen konstant.
11. **Matematiska begrepp:** Svårigheterna här framkommer när eleverna missförstår innebörden i matematiska begrepp men även då de ska beräkna omkrets, volym och procent och har problem att använda formler och metoder.
12. **Talförståelse:** Bristerna består i feltolkningar av decimaler och rationella tal.
13. **Räkneförmåga:** Algoritmfel förekommer, sammanblandning av de olika räknesätten samt räknefel med hela tal, decimaltal och rationella tal.
14. **Samband mellan storheter:** Ofta handlar det om att eleverna gör fel på sambandet mellan väg, hastighet och tid, men det förekommer även andra storheter och sorter.
15. **Samband mellan enheter:** Här finns de fel som görs vid enhetsomvandlingar eller då man anger fel enhet till en bestämd storhet, exempelvis att ange area i meter.
16. **Noggrannhet:** Kan vara exempelvis felaktiga mätningar i figur.

Studien omfattar enbart problemlösning på grundskolan men när det gäller högre stadier menar Möllehed att flexibilitet och översiktsförmåga är ytterligare två faktorer som kan ha stor betydelse för problemlösning i matematik. Brister i textförståelse, uppmärksamhet, verklighetsuppfattning och räkneförmåga är de faktorer som enligt Möllehed orsakar de flesta problemen vid lösning av matematikuppgifter.

Metod

Undersökningen har utförts bland elever på gymnasiet. De har fått svara på ett skriftligt test i form av en diagnos med uppgifter av procentkaraktär. Direkt efter den skriftliga diagnosen har några elever från varje klass slumpvis valts ut och intervjuats enskilt för att ge oss en djupare förståelse för deras eventuella problem.

Val av elever

Undersökningen genomfördes på två olika gymnasieskolor i två västsvenska kommuner. Skolorna valdes beroende på geografiskt läge och personliga kontakter. De fyra klasser som besöktes bestod av förstaårselever på Teknikprogrammet. Tankarna bakom detta val är att de alla under det senaste läsåret läst matematik A som bland annat innehåller procentuppgifter. För de elever som går andra eller tredje året kan skillnaden mellan olika program, inriktningar och skolor göra att det varierar markant i hur aktuellt matematikämnet är. Att komma med den för oss viktiga undersökningen till elever i åk 3 de sista veckorna av terminen bedömdes också som olämpligt.

Vår erfarenhet från den verksamhetsförlagda utbildningen säger oss att skillnaden i matematisk förmåga mellan elever inom Teknikprogrammet kan vara mycket stor. Denna uppfattning stöds av Bedömningsgruppen för kunskap och kompetens [PRIM-gruppen] då detta visas i deras Resultatrapport för det nationella provet i kurs A, 2009. Detta förhållande passade oss eftersom vi ville undvika att enbart möta hög- eller lågpresterande elever. Programmet finns också på båda två aktuella skolor. Valet att enbart undersöka ett program är gjort för att kunna använda resultaten utan att behöva ta hänsyn till olikheter i programinnehåll och struktur. Eleverna hade vid undersökningstillfället läst både kurs A och kurs B i matematik. Nationella prov genomförs i grundskolans årskurser 3, 5, 9 och i gymnasiet för Matematik A, B, C och D.

Den skriftliga diagnosen

Utgångspunkten för vår diagnos är Anderberg och Källgårdens (2007) definition av tre olika typer av frågeställningar i procenträkning. I den ena typen är procenttalet och det hela känt och man skall beräkna delen, i den andra problemtypen skall det hela beräknas då delen och procenttalet är kända och till sist i den tredje typen är delen och det hela känt och man skall beräkna procenttalet. Vi har även valt att studera upprepad procentuell förändring och begreppet procentenheter.

Den första delen av undersökningen bestod av skriftliga uppgifter av procentkaraktär. Detta genomfördes i helklass i form av ett prov där självständigt arbete gällde. Elevernas arbetsmaterial och hjälpmedel var penna, sudd och miniräknare. Efter att vi besökt den första klassen som var vår pilotstudie gjorde vi en utvärdering av diagnosfrågorna och genomförandet av studien. Vi fann att upplägget var relevant för undersökningen samt att diagnosfrågorna var analyserbara. Undersökningen i de tre andra klasserna gjordes därför på samma sätt och materialet från pilotstudien ingår i studien.

Då uppgifter till det skriftliga testet valdes var det viktigt att välja på så sätt att de förväntades ge svar på de forskningsfrågor vi ställt. Målet var att finna uppgifter ur nationella prov för åk 9 och kurs A för att dessa uppgifter bör vara av bra kvalitet då de är testade och utvärderade av matematikforskare från PRIM-gruppen. På detta sätt får vi även möjlighet att jämföra andelen korrekta resultaten i vår undersökning med resultaten nationellt. I de fall vi inte fann lämpliga uppgifter där, har vi använt uppgifter ur lärobok eller konstruerat dem själva. Av totalt nio uppgifter består den färdiga diagnosen av fyra uppgifter från nationella prov, tre är egenkonstruerade och två är tagna ur läroboken Matte Direkt år 9. För att kunna jämföra och analysera svårigheter att lösa sifferuppgifter gentemot deras svårigheter att lösa motsvarande textuppgifter har vi valt uppgifter som vi ansåg gick att para ihop och som kan anses vara av samma typ. Ordningen på uppgiftstyperna i diagnosen är blandade för att undvika att en uppgift ger vägledning till lösningen på nästa.

Uppgifterna 1 och 4 handlar om att räkna ut delen från en helhet med ett given procenttal. De är tagna från nationellt prov Kurs A (2005) samt nationellt prov årskurs 9 (2008).

På uppgifterna 2 och 6 är det helheten som efterfrågas när delen och dess procenttal är kända. Uppgift 2 återfinns i nationellt prov årskurs 9 (2004) medan den andra är egenkonstruerad.

Förmågan att räkna fram procenttalet då delen och det hela är kända, testas på uppgifterna 3 och 5. Uppgift 3 kommer från läroboken Matte Direkt år 9, den andra är egen.

Begreppen procent och procentenheter tas upp i uppgift 7 och texten kommer ursprungligen från läroboken Matte Direkt år 9.

Uppgift 8 handlar om en procentuell sänkning i två steg och återfinns i nationellt prov åk 9 (2008), medan uppgift 9 som behandlar en upprepad procentuell höjning är egenkonstruerad.

Intervjuer

Intervjuerna valde vi att göra i samband med de aktuella undersökningstillfällena. Varje intervju tog cirka 10 minuter i anspråk. Då vi hade en lektion till vårt förfogande (en lektion per klass), så var tiden den begränsande faktorn för hur många intervjuer vi kunde göra per klass. Vi valde inte ut eleverna efter deras svar utan de blev slumpmässigt tillfrågade om de ville hjälpa oss med att vara med på intervjun. Två av eleverna ville inte ställa upp och detta respekterade vi naturligtvis och vi bad inte heller om någon förklaring varför. Eftersom vi inte visste hur eleverna hade svarat på frågorna, så kunde vi inte heller veta exakt vilka frågor vi skulle ställa till varje elev. Vi tittade tillsammans med eleven igenom deras svar fråga för fråga. Fokus lades på de delar som var problematiska eller frågor med felaktiga svar. Stödjande frågor som "Hur gick det?", "Var det svårt?", "Hur tänkte du här?", "Vad gick fel tror du?", "Hur kan man göra?", "Kunde du använda en annan metod kanske?", "Kommer du ihåg att man kan/brukar göra så här... hur blir det på denna uppgift då?", hjälpte oss att genomföra våra intervjuer och få djupare förståelse för hur eleverna tänkte och gjorde. Det som framkommit i intervjuerna har varit ett stöd i vårt arbete med att analysera den skriftliga diagnosen

Etik och hänsyn

Rektorer på aktuella skolor samt berörda lärare och elever har godkänt vårt besök och informerats om dess syfte. Vi har betonat att elevernas svar och uträkningar inte skall kunna kopplas till enskilda elever eller påverka lärarens bedömning och betygssättning. Resultatet är inte heller avsett att användas till att bedöma enskilda kommuner, skolor eller lärare. Materialet är enbart till för att ingå i vår undersökning. Vilka skolor som vi besökt redovisas därför inte. En risk med undersökningen är att eleverna kan känna otillräcklighet och misslyckande om de inte klarar av uppgifterna på det sätt de önskar. Denna faktor finns med vid varje provtillfälle och är för vår del svår att undvika. Viktigt var att introducera räkneuppgifterna väl och vara lyhörda under mötet med eleverna. När en elev inte ville delta i undersökningen accepterades det.

Bearbetning och analys av data

Med hjälp av de skriftliga räkneuppgifterna och de efterföljande intervjuerna har vi skaffat oss ett material som är möjligt att analysera och tolka. Då vi i undersökningen använde oss av dessa två metoder för att utreda elevers svårigheter i procenträkning, blev också bearbetning och analys uppdelad i två delar, en kvantitativ och en kvalitativ. Den kvantitativa analysen (Backman, 2008) har gjorts på testet med matematiska problem och här fick vi en bild av vilka uppgifter som eleverna klarade bättre än andra. Testets upplägg, med likvärdiga siffer- och textuppgifter, kunde ge oss en uppfattning om huruvida det är skillnad i elevers förståelse av dessa. Svaren har där så är möjligt använts för en statistisk jämförelse där antalet som klarat uppgiften har jämförts med de nationella provresultaten. Resultatet för varje uppgift redovisas i diagramform under resultat.

Eftersom intervjuerna skett med några av de elever som har gjort det skriftliga testet har vi med hjälp av intervjufrågorna kunnat göra en kvalitativ analys (Backman, 2008) av elevernas svar. Vi har koncentrerat oss på de frågor som eleverna hade mest problem med och på så sätt försökt att hitta de bakomliggande svårigheterna. I resultat och diskussion har vi lagt fokus på att kommentera och hänvisa till Kilpatrick et al. (2001) och Möllehed (2001) i de moment där elever uppvisat svag förståelse och oförmåga att lösa aktuell uppgift.

Resultat

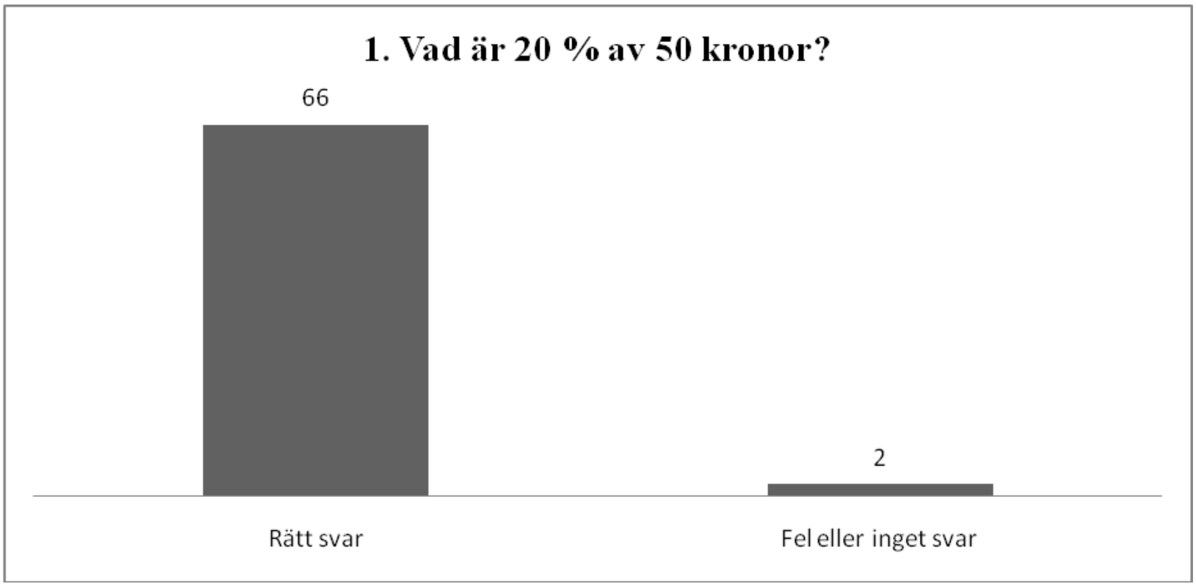
Antalet elever som har medverkat i den skriftliga undersökningen är 68 stycken. Därefter har vi utfört fördjupande intervjuer med 19 av dessa elever i samband med att de lämnat in sina svar. Resultatdelen är indelad i olika sätt att räkna med procent enligt följande.

- Att räkna ut delen, då det hela och procenttalet är kända (uppgift 1 och 4).
- Att räkna ut det hela, då delen och procenttalet är kända (uppgift 2 och 6).
- Att räkna ut procenttalet, då delen och det hela är kända (uppgift 3 och 5).
- Begreppen procent och procentenheter (uppgift 7).
- Kombinationer och räkning med procent i flera steg (uppgift 8 och 9).
- Sammanställning av hela diagnosen

Vid vår analys och beskrivning av uppvisade svårigheter har vi använt oss av de i teoridelen beskrivna forskarna Kilpatrick et al. (2001) och Möllehed (2001). De exempel som finns med i resultatet visar exakt det som eleven/eleverna har skrivit. Två av eleverna genomförde diagnosen utan tillgång till räknare. Under rubrikerna för de tre första punkterna ovan redovisas även korrekta lösningar. Detta finns med för att även berika läsaren med den mängd tankebanor som används.

Att räkna ut delen, då det hela och procenttalet är kända (uppgift 1 och 4).

Resultat från diagnosen visar att ingen av de två frågorna som handlar om att räkna ut delen av det hela har egentligen gett eleverna några större problem utan de flesta har klarat av att lösa dem. Vid jämförelse mellan text- och sifferuppgift visade det sig att textuppgiften (fråga 4) var något svårare då 59 elever klarade denna och 66 av eleverna hade rätt på fråga 1. Resultatet på textuppgiften är alltså 10 % sämre än för sifferuppgiften.

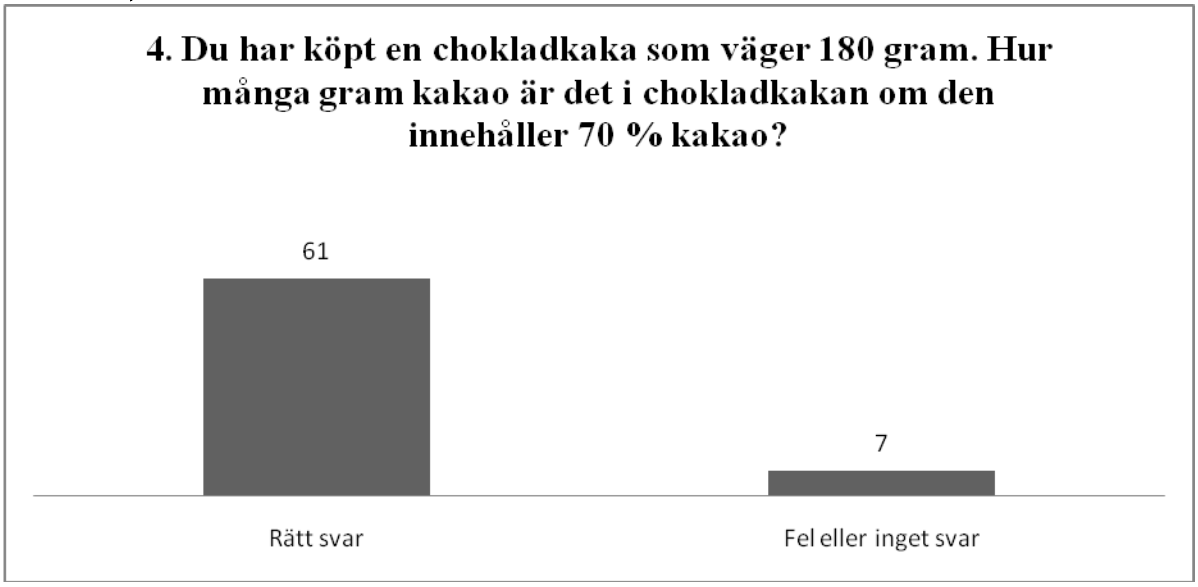


I diagrammet ser vi att 66 elever av 68 har angett rätt svar. 88 % av dessa det vill säga 60 elever, har dessutom gett en godtagbar redovisning. Detta kan jämföras med de ca 68 % som

klarade frågan enligt PRIM-gruppens redovisning av resultaten från nationella provet i Kurs A 2005.
De två elever som inte har gett något svar på frågan har gjort en godtagbar uppställning av problemet, men har inte klarat av att göra själva uträkningen. Motiveringen eleverna har gett till detta är att de inte hade räknare med sig, vilket har visat sig vara genomgående för alla tal de gjort. Detta visar på brister i procedurbehärskningen och den produktiva inställningen samt räkneförmåga.

Svaren visar att eleverna har använt sig av olika sätt att lösa problemen i denna uppgift enligt följande:

- (50/100) x 20 = 10. Här har de räknat ut hur mycket 1 % är och sedan multiplicerat detta med 20.
- 0,2 x 50 = 10. De har lärt sig att om man ska ta 20 % av något så multiplicerar man med 0,2. Är egentligen en förkortning av ovanstående exempel
- 50/5 = 10. En förklaring i en intervju var att 20 % är lika med 1/5 alltså delar man 50 med 5 och får 10. Ett annat sätt att tänka är att det går 5 tjugor på 100, här skall vi ha en, därför 50/5.



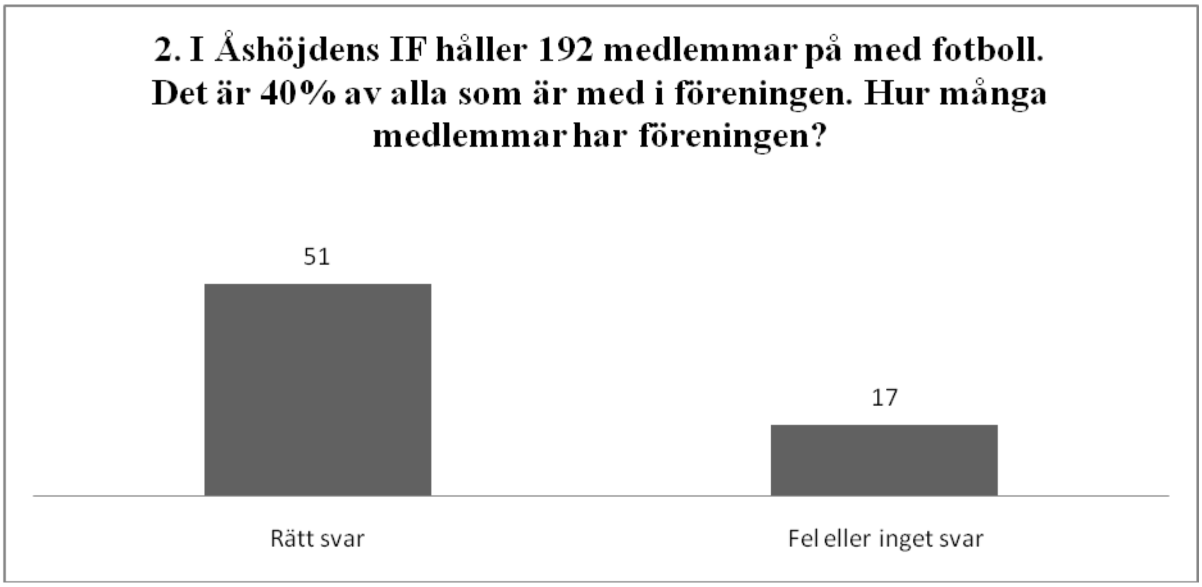
Som vi ser av diagrammet för fråga 4 är det en stor del av eleverna som klarat även denna uppgift.61 av eleverna har svarat rätt och antalet elever med godtagbar redovisning och rätt svar är 59 av 68 vilket motsvarar cirka 87 %. Primgruppen redovisar en ungefärlig siffra på 85 % för ämnesprovet i åk 9 (2008). Dessutom kan vi konstatera att de här redovisat sina svar och uträkningar på ett bra sätt. Detta visar att eleverna för denna uppgift har en god textförståelse och dessutom visar prov på god uppmärksamhet då många fullständiga svar och få slarvfel förekommit. De fel som dock gjorts på uppgiften handlar om felräkning eller inget svar alls. Felräkning tyder på brister i uppmärksamhet eller räkneförmåga, vilket i det här fallet är svårt att analysera eftersom aktuella elever inte redovisar någon uträkning utan bara skrivit ett felaktigt svar. Obefintliga uträkningar och svar är svåra/omöjliga att analysera eftersom det kan tyda på brister i många av Mölleheds matematiska kompetenser, såsom textförståelse, uppmärksamhet, matematiska begrepp och räkneförmåga. Om man ser till Kilpatrick kan detta relateras till alla de fem trådarna.

Precis som på fråga nummer 1 har eleverna här använt sig av olika metoder att lösa uppgift nummer 4, dock med den skillnaden att de här har använt sig av endast de två första modellerna vi redovisat ovan. Det tredje sättet att utföra uträkningen har inte varit aktuell då siffrorna i fråga 4 är för svåra för den metoden.

Ingen av de intervjuade eleverna hade några svårigheter med fråga 1 men ett intressant svar på hur de tänkt när de gjort talet var "Vet inte hur jag tänker det är bara så jag har lärt mig". Inte heller på fråga 4 hade de intervjuade eleverna några svårigheter.

Att räkna ut det hela, då delen och procenttalet är kända (uppgift 2 och 6).

I följande två uppgifter har eleverna fått delen och hur många procent detta är och skall räkna ut det hela. Vid jämförelse har vi märkt att textuppgiften har varit något svårare och resultatet har därför blivit sämre än för sifferuppgiften. Sett till korrekt svar är resultatet på textuppgiften 16 % sämre än på sifferuppgiften. Här kan dock siffrorna som används i uppgifterna ha stor betydelse då de i fråga nummer 6 är betydligt enklare än i tvåan. Många har valt att räkna ner antalet till 1 % för att sedan multiplicera med 100 när det gäller fråga 6, vilket kan göras ganska enkelt med hjälp av huvudräkning. När det gäller fråga nummer 2 krävs det lite mera fantasi och produktiv inställning för att kunna lösa den med huvudräkning.



På denna fråga har 51 av eleverna gett rätt svar och 47 elever (69 %) har gett rätt svar med godtagbar redovisning. Primgruppen redovisar så gott som lika, 68 % för Ämnesprov åk 9 (2004). De fel som eleverna gjort på uppgiften är framför allt enligt de tre modeller som redovisas nedan:

- Det största problemet som framkommit här är att elever har använt 192 medlemmar som ”det hela” i stället för i det här fallet, delen. Sedan har de tagit 40 % av 192 och därmed inte lyckats med talet.

  Exempel 1 (elev nr 16, 23, 33, 40, 50, 71):
  192 x 0,4 = 76,8 ≈ 77 personer (En elev har dessutom skrivit Svar: 76,8)

Exempel 2 (elev nr 60):
192/10 = 19,2 , 19,2 x 4 = 40 + 36 + 0,8 = 76,8 , Svar: 77 st

Exempel 3 (elev nr 49):
1,92 x 40 = 76

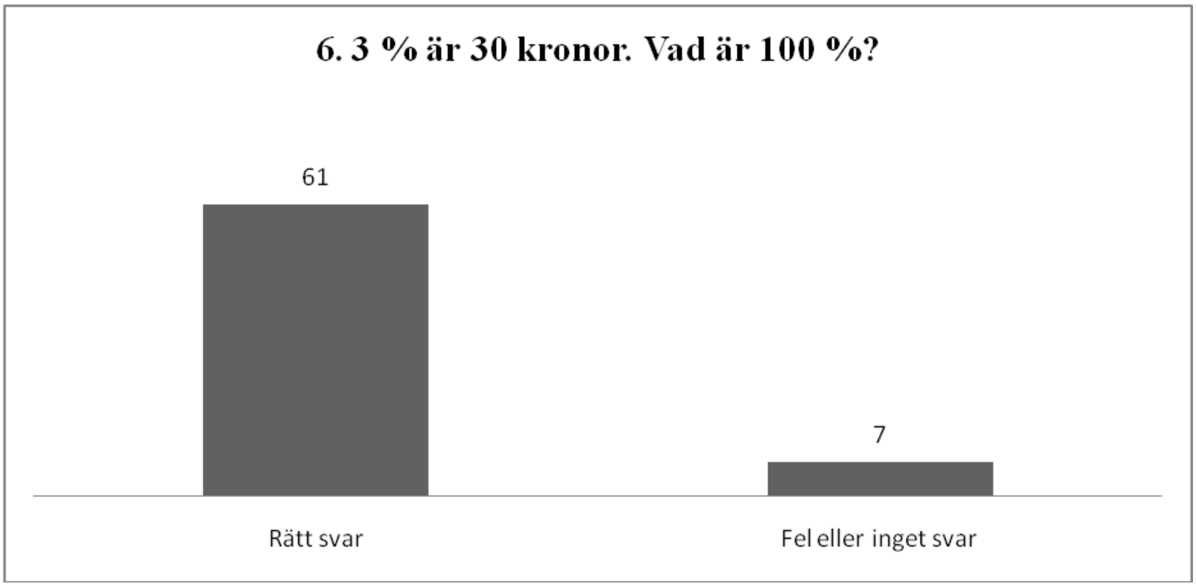
Exempel 4 (elev nr 73):
192/40 = 76,8 st

De har modifierat uppgiften och lyft ut siffrorna ur texten för att sedan använda dem på fel sätt. Detta tyder på att de har missat innebörden i texten och förståelsen för relationen mellan helheten och dess delar saknas. Alla elever som gjort detta fel har dessutom stora brister i att dra en logisk slutsats av svaret, då det knappast är tänkbart att svaret kan bli 76,8 personer. Här kan vi alltså hitta minst tre av Mölleheds olika faktorer där dessa elever har stora brister. Man kan också säga att eleverna saknar den strategiska kompetensen som behövs för att lösa uppgiften.

- Även här finns oavslutade uträkningar samt svar som visar att eleverna tänkt rätt men fått fel siffror, men som ändå ligger nära de rätta. Detta är slarvfel som uppstår då eleverna brister i uppmärksamhet.

- En annan variant av problem som framkommit är att några elever räknat enligt följande exempel: 192 x 1,6 = 307. Vid den här sortens felaktiga svar kan flera faktorer räknas med i analysen. Eleverna kan ha missförstått innehållet i texten, eller så har de problem med de matematiska begreppen. De har också använt sig av en felaktig procedur i sina beräkningar, då de försökt använda en förändringsfaktor på felaktigt sätt. Här betraktas även delen som det hela och ställer till det totalt. Detta kopplar vi till att eleverna brister i resonerande.

När vi analyserat elevernas redovisning har varje godtagbar korrekt redovisning bedömts på ett positivt sätt. På uppgift 2 har flera elever gett svaren 192/0,4 = 480. Detta är en lösning som är generell och fungerar på alla uppgifter av denna typ. I många fall värderas lösningen högre när eleven använder sig av en generell metod. Detta sätt att räkna kan däremot ge ett behov av miniräknare och minskad förmåga till praktisk huvudräkning. Men visst går det att räkna även detta med huvudräkning/papper och penna. Genom att förlänga med 10 får vi 1920/4.



Vid jämförelse med fråga nummer två är det betydligt fler som klarat fråga nummer 6. Det är 61 elever som har rätt på uppgiften och av dessa är det 51 som har en godtagbar redovisning men som vi sett tidigare har några elever vänt på frågan, de har tagit 3 % av 30 kronor och på så sätt räknat med att 30 är det hela. Andra orsaker till att några elever inte klarat frågan är att de har helt fel utgångspunkt eller med andra ord räknat ut fel sak. Innebörden av problemet har missats helt vilket tyder på att de inte har tillräckligt med god textförståelse eller matematisk förmåga för att klara frågan. Möjligheten finns att uppgiften tolkas till en variant som behärskas. Det finns även exempel på rätt uppställning men fel antal nollor i svaret såsom 10 x 100 = 10 000 eller 10 x 100 = 100, vilket inte kan betraktas som annat än slarvfel, vilket betyder brister i uppmärksamheten.

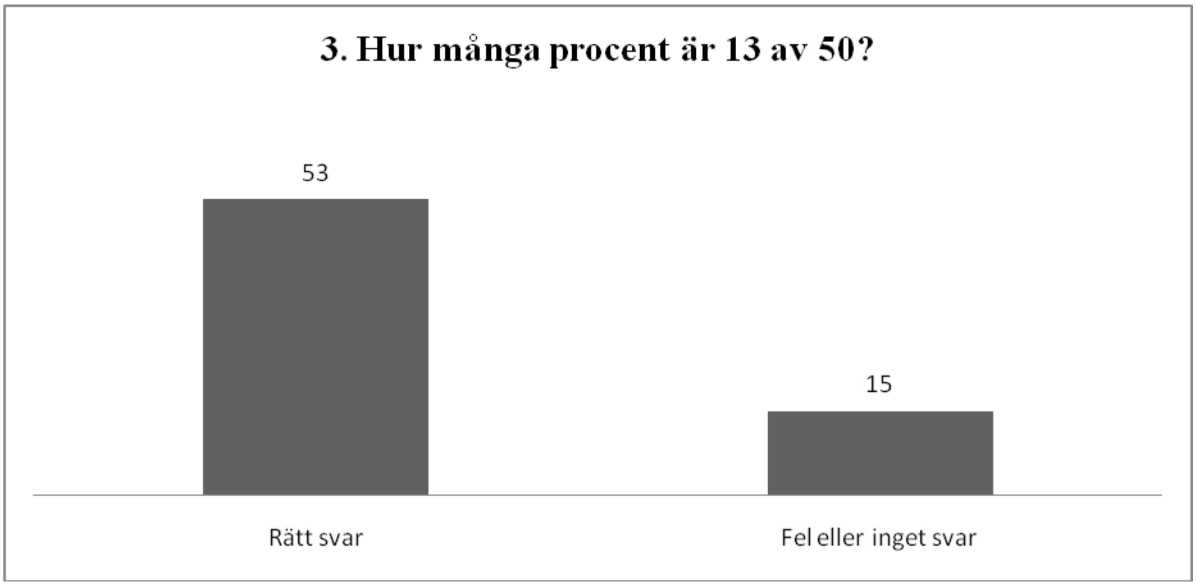
De olika sätten att lösa dessa två problem har varit följande:

- Många av eleverna har resonerat sig fram till ett svar. Exempelvis om 40 % + 40 % + 20 % = 100 % så blir det 192 + 192 + 96 = 480 stycken medlemmar. Ingen har dock gjort så på sjätte frågan.
- Att räkna ner till 1 % och sedan fortsätta därifrån är populärt framför allt på fråga 6. Ex 30/3 = 10 vilket är 1 % och sedan 10 x 100 = 1000. Ex 192/40 = 4,8, 4,8 x 100 = 480.
- Några har tagit 192/4 = 48 vilket är 10 % och sedan 48 x 10 = 480.
- En annan variant är, 40 % är 2/5 (eftersom 20 % är 1/5, se fråga å1), sedan 192/2 = 96 och därefter 96 x 5 =. 480

Vid intervjuerna har framkommit att där elever har räknat 192x1,6=307, på fråga nummer två så har de inte förstått innebörden i texten. En elev förklarade sig ha tänkt ” Vi hade ju 40 och då blir det 60 % över eller så” (elev nr 34). En annan elev förklarar så här: "Det är ju 60 % som inte är med därför multiplicerar jag med 1,6". Eleven känner på sig att det inte är rätt men vet inget annat sätt, vilket visar att eleven inte dragit någon koppling mellan frågorna två och sex då han/hon klarade fråga sex utan problem (elev nr 7). Alla de intervjuade eleverna hade rätt på fråga nummer sex.

Att räkna ut procenttalet, då delen och det hela är kända (uppgift 3 och 5).

I följande två frågor (nummer 3 och 5) är både delen och det hela kända och elevernas uppgift har varit att räkna ut hur många procent delen är av det hela. Här har eleverna haft lättare för textuppgiften än den med enbart siffror. Resultatet på sifferuppgiften är här 10 % sämre än för textuppgiften. Fråga 5 ger en tydlig bild och är en verklighetsanpassad fråga medan fråga 3 är mer abstrakt och har ingen direkt synbar anknytning till verkligheten.

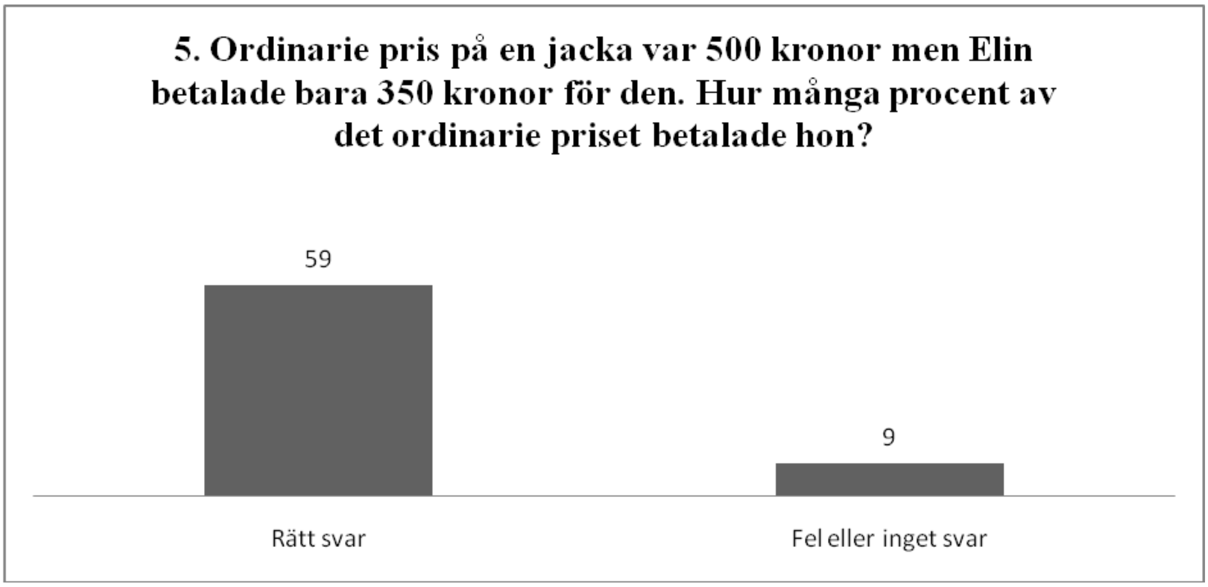


På fråga nummer 3 har 53 elever av 68 klarat uppgiften och av dessa har 49 redovisat på ett godtagbart sätt. Det är framför allt två olika fel som eleverna begått på denna uppgift:

- Det mest förekommande felet på denna uppgift är att eleverna har räknat ut 13 % av 50, vilket innebär att de brister i både procedurbehärskning och strategisk kompetens. Eller så är det så enkelt att det finns så stora brister i textförståelse att det tolkas på detta sätt. De förstår i det här fallet inte den skrivna matematiken.
- Ett annat förekommande fel är att en del av eleverna har en tendens att ändra ordningen på siffrorna lite som det passar dem, som i det här fallet i stället för att ställa upp 13/50 så vänder de på talet och skriver 50/13.

  Exempel 5 (elev nr 64):
  50/13 = 3,846 %, Svar: 13 är 3,846 %

  Detta tyder på bristande procedurbehärskning och vid ett sådant fel saknar eleven förmågan, eller låter bli, att göra en rimlighetsbedömning av svaret. Svaret avslöjar också att förståelsen av sambandet mellan olika enheter har brister eftersom 3.86 är 386 procent och en av grunderna i procentbegreppet. 13 av 50 är givetvis inte samma sak som 50 av 13 och detta avslöjar brister i förståelsen av bråk.



På fråga 5 har 59 av 68 elever svarat rätt medan 52 av dem också har en godtagbar redovisning. Vi har precis som tidigare de elever som saknat räknare och efter att de har gjort en godtagbar uppställning inte räknat ut svaret. Bland de felaktiga svaren hittar vi följande:

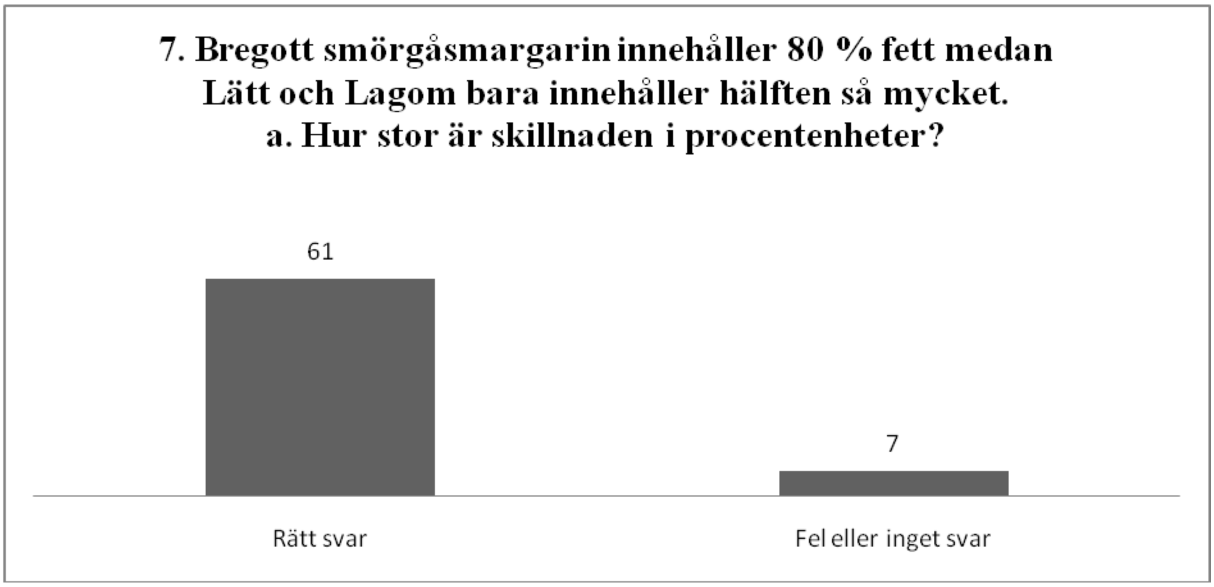
- Bland de nio elever som inte klarat uppgiften kan vi hitta de som räknat rätt, men svarat med 30 %, vilket i det här fallet varit svaret om vi frågat efter hur många procent rabatt man fått vid sänkning av priset på jackan. Återigen har dessa elever inte ägnat uppgiften tillräckligt med uppmärksamhet för att kunna lösa den på ett tillfredställande sätt.
- Dessutom förekommer fel såsom felaktig uppställning, exempelvis 500/350. Felaktig uppställning kan räknas till kategorierna att brista i faktorerna verklighetsuppfattning, logik, textförståelse och/eller räkneförmåga.
- Felaktigt eller inget svar alls. Att inte ge något svar på en uppgift, som i det här fallet att hoppa över den helt, kan tyda på flera saker, såsom tidsbrist, lathet, att inte förstå frågan, att inte veta hur uppställning av talet bör ske och så vidare. Det är omöjligt att svara på hur det ligger till om inte eleven/eleverna i fråga har blivit intervjuade.

Det absolut vanligaste sättet eleverna har valt att lösa dessa två problem har varit att ta delen genom det hela, 13/50 = 0,26 respektive 350/500 = 0,7. Hela 47 stycken elever (gäller både fråga 3 och fråga 5) har valt att använda denna metod, dock har inte samma elever alltid gjort likadant på båda frågorna. Vid flera tillfällen har vi sett att en elev har gjort en uträkning av delen genom det hela på den ena frågan och sedan provat sig fram till svaret på den andra. Det förekommer även flera gånger att en elev har löst den ena frågan med hjälp av delen genom det hela men misslyckats totalt på den andra. Även detta faller under procedurbehärskning.

Vid intervjuerna är det flera elever har uttryckligen sagt att när de kom till femman såg de hur de skulle göra på trean där de hade känt sig osäkra, vilket gör att om de inte hade haft fråga 5 kunde det ha blivit ännu fler som inte hade klarat av fråga 3. En elev sa ” Jag gjorde fel på fråga 3 först men sedan såg jag att denna (fråga 5) var liknande så då kam jag på delen genom det hela. Lättare med en hel mening” .

Begreppen procent och procentenheter (uppgift 7)

Det är först på fråga nummer sju som många av eleverna börjar få problem. De flesta har svarat rätt på a-uppgiften, men har inte redovisat hur de gjort.

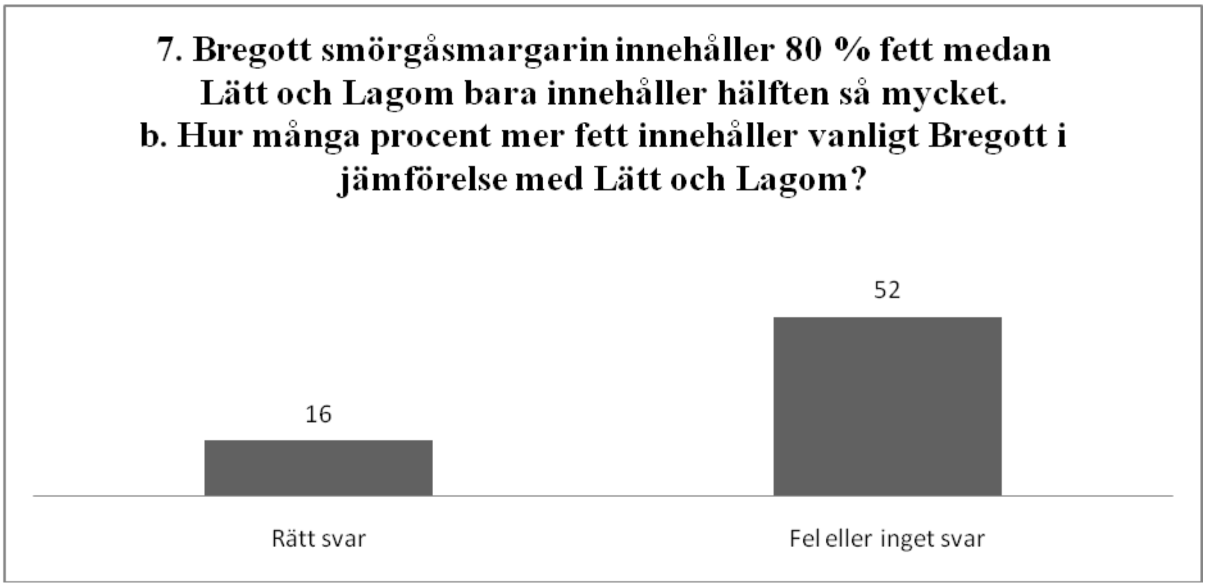


På fråga 7a är det bara 8 av de 61 som svarat rätt på frågan som också har en godtagbar redovisning. Skillnaden i procentenheter skall räknas ut som mellanskillnaden mellan 40 och 80, men många elever har tagit 80 delat på 2. Resultatet blir detsamma, men har de förstått vad de gjort eller är 80/2 enbart den första delen i uträkningen där de räknar ut fetthalten i Lätt och Lagom? I så fall har de glömt eller uteslutit resten av uträkningen. Begreppsförståelsen eller den likvärdiga, förståelsen för matematiska begrepp är här inte fullgod. Ett exempel på hur man kan blanda ihop de procenttal som skall användas kommer nedan.

Exempel 6 (elev nr 21):
Lätt och lagom = 50 %
Bregott = 80 %
80 - 50 = 30
Svar: 30 %enheter

Eleven har förstått att man får fram procentenheter genom att ta skillnaden mellan fetthalterna för de två olika sorterna, men har brustit i förmågan att se fetthalten i Lätt och Lagom och istället räknat med 50 %. Värt att notera är att av de 61 elever som svarat "rätt" på frågan har endast 30 av dem svarat med procentenheter, resten har använt enheten % (fyra elever svarade dessutom bara med 40, helt utan enhet).

”Jag kommer inte ihåg vad procentenheter är” var en vanlig inledning på denna fråga under intervjuerna trots att de flesta ändå hade svarat rätt. En annan elev sa ”jag chansade” (elev nr 34).



Fråga 7b har visat sig vara den absolut svåraste på hela testet. Av 68 elever var det enbart 16 som svarat rätt på frågan. De verkar ha svårt att förstå vad vi frågar efter. Textuppgiften har upplevts som krånglig och en stor del av eleverna har svarat 50 %, vilket är svaret om man vänder på frågan och vill veta hur många procent Lätt och Lagom innehåller i jämförelse med Bregott. Det blir här extra svårt med relationen helheten och dess delar eftersom helheten är olika smörsorter under uppgiftens gång. Följande elevexempel visar hur olika eleverna har svarat när de gjort fel på uppgiften.

Exempel 7 (elev nr 1, 2, 6, 10, 12, 13, 31, 33, 35, 36, 61, 62):
50 %

Exempel 8 (elev nr 7, 28, 29, 48, 70, 73):
40/80 = 0,5, 50 % (en elev hade tolkat 0,5 som 5 %)

Exempel 9 (elev nr 17):
0,4/0,8 = 0,5 = 50 %, Svar: 50 %

Exempel 10 (elev nr 44):
80 x 1,25 = 100
40 x 1,25 = 50, Svar: 50 %

Exempel 11 (elev 5, 11, 24, 30, 34, 38, 43, 45, 46, 51, 52, 54, 71, 72):
40 %

Exempel 12 (elev nr 21):
80/2 = 40 % mer

Exempel 13 (elev nr 22):
80 - 40 = 40, 40 % mer

Det vi kan se av ovanstående svar och uträkningar är att elevernas brister framför allt ligger i textförståelsen och matematiska begrepp. Dessutom blandas även faktorer som verklighetsuppfattning, talförståelse och räkneförmåga.

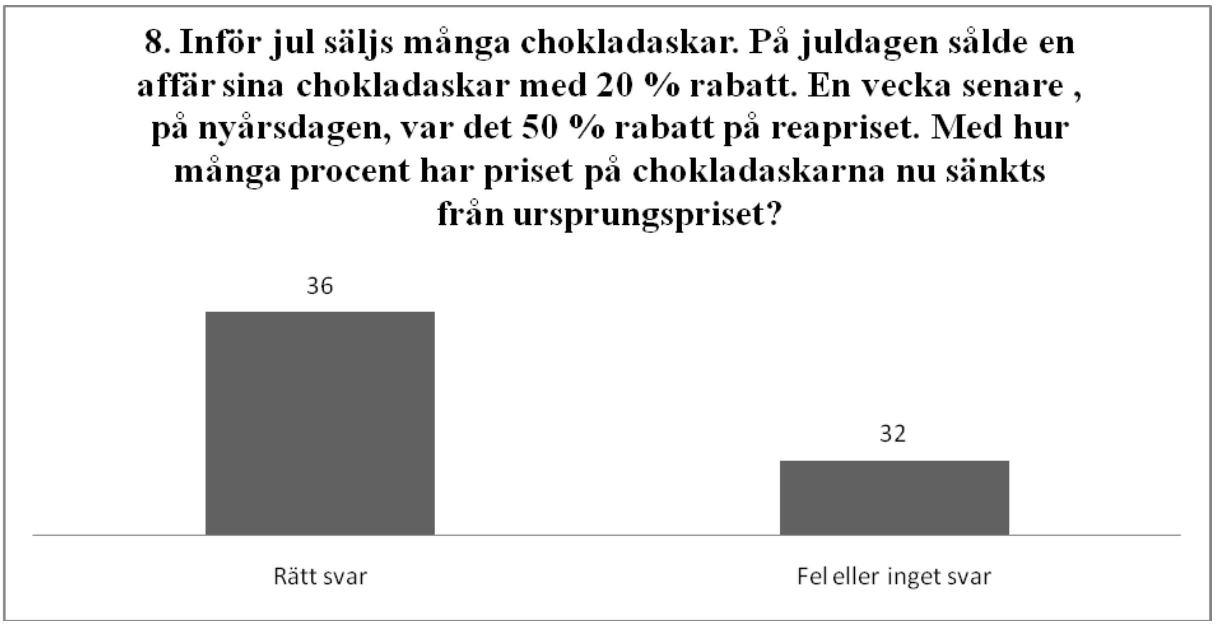
Svaret 200 % förekommer också, vilket kommer sig av att eleven har ställt upp 80/40 = 2 och tolkat detta som om Bregott innehåller 200 % mer fett än Lätt och Lagom. I det här fallet har inte eleven stannat upp och analyserat vad svaret egentligen betyder. Möllehed beskriver detta tydligt när han beskriver de brister som förekommer i den faktor han kallar för logik. Tankegången, logiken kan också visa sig vara ofullständig, vilket tydligt visat sig stämma på elevernas svar på uppgiften. Begreppsförståelsen har också en stor betydelse för att eleverna ska klara uppgiften. Eleven missar att dra slutsatser från de svar som framkommit eller kan inte ge tillräckliga motiveringar. Detta tyder även på en svag strategisk kompetens.

Under intervjuerna har vi upptäckt att det är svårt att förklara frågan för eleverna utan att visa med en bild. Ingen av eleverna har svarat med att rita en bild av uppgiften, vilket skulle hjälpa eleverna att förstå vad texten egentligen betydde. Det har även framkommit att flera elever har gissat sig till svaret, men en elev förklarade också att ”Eftersom det är dubbelt så mycket blir det 50 % mer” (elev 2). Några andra intervjusvar på hur de tänkte från de elever som gjort fel på uppgift 7b var följande:

"Ingen aning, svår att förstå" (elev nr 13).
"Vet inte, 50 då kanske" (elev nr 34).
"Jag gjorde det i huvudet, och räknade fel" (elev nr 6).
”40 är hälften av 80 vilket ger 50 % ” (elev nr 33).
”Först tänkte jag 100 % sedan procentenheter och la på 40 % ” (elev nr 24).

Kombinationer och räkning med procent i flera steg (uppgift 8 och 9)

Fråga nummer 8 som är en procentuell uträkning i flera steg, där man dessutom måste tänka sig för vad man svarar på, har också visat sig vara ganska klurig. En svårighet var att vi inte angav något ursprungspris på chokladaskarna, utan lämnade detta till eleverna att ange själva eller att räkna utan.



På fråga 8 har endast 36 elever rätt svar och bara 20 av dessa har en godtagbar redovisning. De 32 svar som har varit felaktiga på denna fråga kan delas in i fyra lika stora delar och har fördelats enligt följande:

- Askarna har sänkts med 70 %. De har motiverat sina svar med att lägga ihop 20 % och 50 % och har därmed fått 70 %.

  Exempel 14 (elev nr 35):
  100 % - 20 % = 80 %
  80 % - 50 % = 30 %
  Svar: 70 %
  Ett resultat som har uppstått då eleven inte har den procedurbehärskning som krävs.

- Chokladaskarna har sänkts med 40 % vilket är så att säga svaret på fel del. Det nya priset är 40 % av ursprungspriset men det är inte det vi har frågat efter. Kan vara en brist i textförståelsen.

- Fel eller inget svar alls. Detta kan tyda på problem med begreppsförståelse, procedurbehärskning, strategisk kompetens och produktiv inställning samt resonerande.

  Exempel 15 (elev nr 54):
  100 - 20 = 70/2 = 35 %.
  Först sker ett räknefel vilket gör att svaret i slutändan blir felaktigt, därefter har eleven (troligtvis) svarat med hur många procent av ursprungspriset det nya priset är, vilket visar brist i textförståelse .

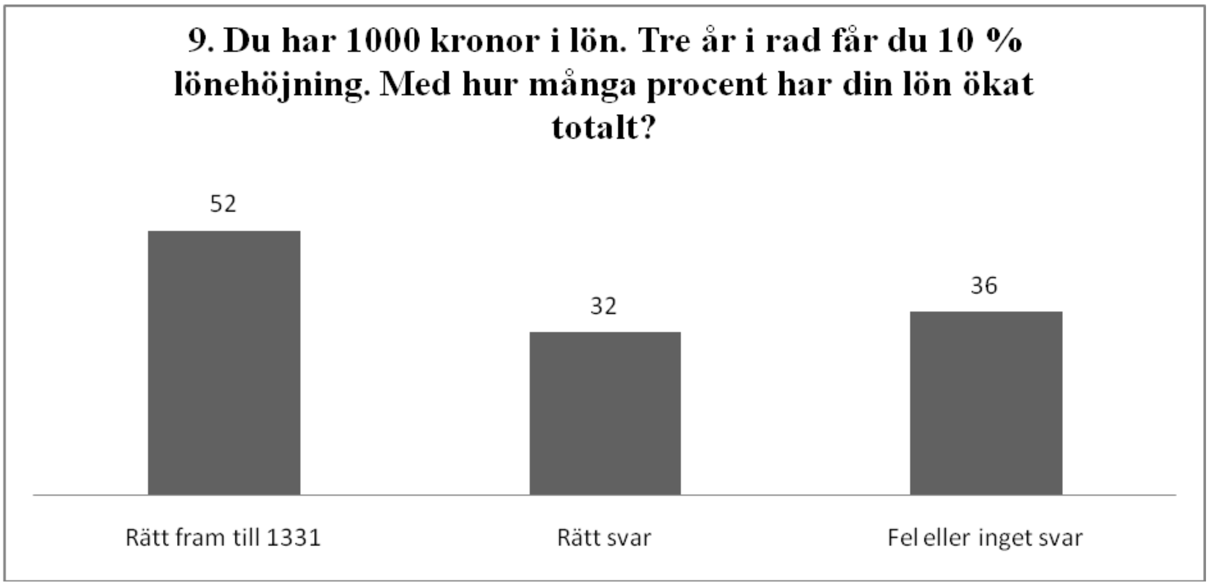
  Exempel 16 (elev nr 45):
  Antar ett pris t.ex 100 kr
  20 % av 100 = 0,2 x 100 = 20 kr
  100 - 20 = 80
  50 % av 100 = 0,5 x 100 = 50 Kr
  80 - 50 = 30 kr
  Från 100 kr - 30 kr = 70 Kr ≈ 70 %
  När vi följer elevens tydliga uträkningar kan vi se några misstag på vägen. Först drar eleven av 20 % av askens pris vilket är helt rätt, därefter tar han 50 % av ursprungspriset när han i stället borde ha tagit det från det "nya" priset (efter första rabatten). Sedan drar han ändå av hälften av ursprungspriset från det "nya" priset och får vad chokladasken till slut kostar vilket resulterar i ett felaktigt slutligt svar. Det är troligtvis inget slarvfel utan tyder på bristande logik eller bristande begreppsförståelse och procedurbehärskning.

  Exempel 17 (elev nr 23):
  50 % är hälften och då delar man 20 på 2 = 10 och adderar på 10 på 20 = 30 %, Svar 30 %
  Om denna tankegång bottnar i faktorerna textförståelse eller räkneförmåga kan vi inte avgöra. Detta att enkelt addera ihop procentförändringar visar på bekymmer med begreppsförståelse och procedurbehärskning.

- De sista icke godkända svaren visar ett helt felaktigt tänkande där eleverna har ställt upp 0,2 x 0,5, alltså först 20 % och sedan multiplicerat med 50 %. De har med andra ord ingen riktigt koll på vad förändringsfaktorn innebär alltså.

Vid intervjuerna framkom det att de flesta intervjuade eleverna faktiskt hade klarat uppgiften men en elev som hade svarat 10 % sa, ”Jag är osäker för man kan inte lägga ihop 50 % och 20 % och få 70”.

När det gäller den sista frågan på testet så har det visat sig att även denna har ställt till problem för många av eleverna. Själva frågan består av två delar, där man i den första ska räkna ut lönehöjning under tre år i rad. Detta har varit den bit som i alla fall ganska många har klarat av.



Diagrammet för fråga 9 ser lite annorlunda ut än de tidigare och det beror på att vi ville visa hur många elever som klarat att räkna fram lönen efter tre år av lönehöjningar.

52 av eleverna har kommit fram till att efter tre år så tjänar du 1331 kronor. Så långt gick det ganska bra men sedan kom svårigheterna. Mindre än hälften, bara 32 stycken, svarade rätt på hela frågan och ska vi sedan titta på de elever som även hade en godtagbar redovisning så blev det bara 24 stycken kvar.

De svar vi fått som varit felaktiga, har vi delat in i fem olika grupper enligt följande.

- Svaret har varit 1331 (12 stycken). Eleverna har räknat fram hur mycket lönen har ökat efter tre år men har sedan inte fortsatt på uppgiften. Detta kan tyda på problem med procedurbehärskning, strategisk kompetens och produktiv inställning . Uppmärksamheten kan också brista om man tror sig vara färdig med uppgiften.

- Helt felaktigt utförd uppgift (10 stycken). Här förekommer svar såsom 100 %, 5 % och 300 000. Dessa 10 elever kan anses höra till dem som inte har gjort en korrekt rimlighetsbedömning och att de även brister i verklighetsuppfattning eftersom de använder sig av helt orealistiska värden. Även de som gjort uträkningen 10 % + 10 % + 10 % = 30 % finns i denna kategori.

Exempel 18 (elev nr 54):
1000/10 = 10 x 10 = 100 x 3 = 300
Eleven hade en tydligt felaktig bild av vad som innebär att räkna med procent då han/hon faktisk bara hade rätt på fråga 1, 3 och 4. Alla andra uträkningar var helt felaktiga och visade på procedurfel hela vägen.

Exempel 19 (elev nr 51)
1000/0,01 = 100 000 x 3 = 300 000
Felaktig rimlighetsbedömning, eleven kan inte ha läst och förstått frågan med detta helt orimliga svar.

Exempel 20 (elev nr 42):
12 månader = 1 år
12 x 3 = 36
Så din lön ökar totalt med 36 %
Det hade varit intressant att samtala med denna elev och utröna hur tanken bakom denna skrivning ser ut.

- Fel uppställning av talet (7 stycken). Eleverna har vänt på talet och skrivit 1000/1331= 0,75. Detta tyder på bristande procedurbehärskning eller osäkerhet med relationen mellan helheten och dess delar.

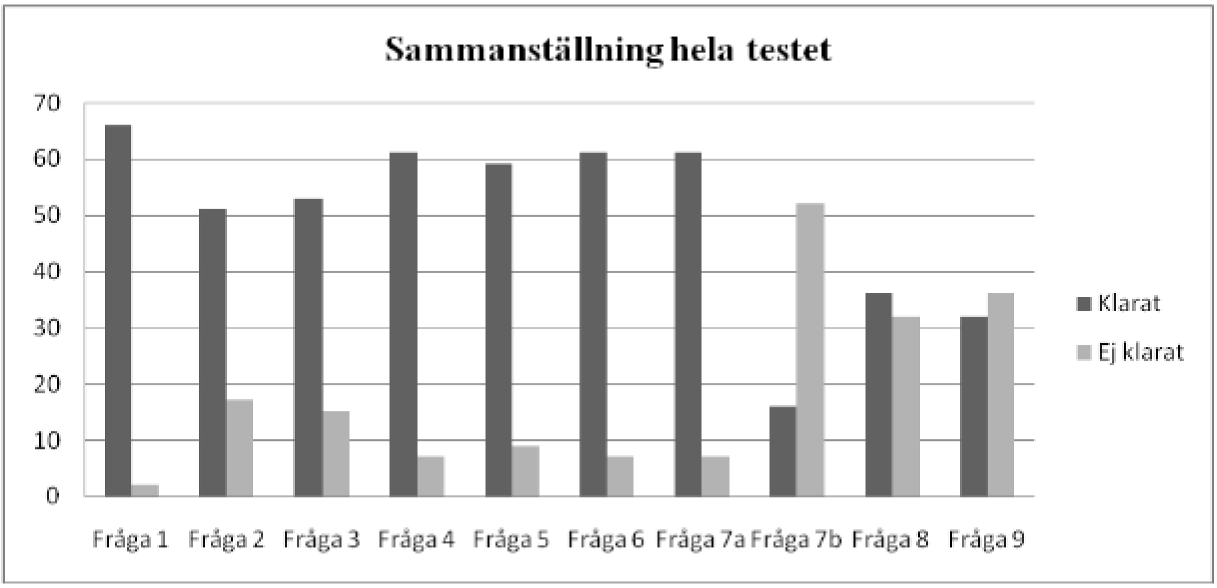
- Inte svarat på frågan (5 stycken). Detta kan tyda på problem med begreppsförståelse, procedurbehärskning, strategisk kompetens och produktiv inställning

- Svarat 133 % (2 stycken). Detta kan hänföras till logikfel, problem med relationer mellan helheten och dess delar eller bristande uppmärksamhet och svaret 133 % är ett exempel på ett vanligt förekommande fel bland elever när de skall tolka en förändringsfaktor.

Vid intervjuerna har framkommit att:
Elev som kom till 1331 sa ”sen orkade jag inte mer” (elev nr 1) .
Elev som svarat 130 % sa ”den var så svår att förstå” (elev nr 13).
Elev som svarat 133,1 % sa ”det ska nog inte vara 133 utan bara 33 % ” (elev nr 24).
Elev som svarat 25 % sa ”gjorde fel håll med delen genom det hela” (elev nr 31).

Sammanställning av hela diagnosen

Som man ser i diagrammet nedan, och som vi konstaterat tidigare är det uppgifterna 7b, 8 och 9 som resultatmässigt utmärker sig.



Diskussion

Elevernas svårigheter

Resultatet av vår undersökning visar att de flesta elever inte har så stora problem när det gäller de enklare uppgifterna. De brister som ändå dominerar här är Mölleheds (2001) faktorer textförståelse, uppmärksamhet och räkneförmåga. Dessa brister återfinns på samtliga diagnosuppgifter. Andra svårigheter är relationen mellan helheten och dess delar samt brister i att dra logiska slutsatser av svaret. Felaktig användning av förändringsfaktor är ett annat problem vilket styrks av Elvstam och Månssons (2007) undersökning bland gymnasieelever. De lite mera krävande uppgifterna 7, 8 och 9 avslöjar desto fler svårigheter. Vad är det som gör dessa speciella? Kort sagt kräver dessa stor förmåga av Mölleheds (2001) textförståelse eller Kilpatricks et al. (2001) samtliga fem färdigheter (trådar). De kräver förståelse och korrekt räkning i flera steg innan svaret på frågan kan presenteras. Finns det osäkerheter på vägen blir det mycket svårt för eleven att ta sig fram till korrekt svar. Med andra ord krävs det en större säkerhet och förståelse för att lyckas här än på övriga uppgifter. I diagnosen finner vi exempel på osäkerhet kring alla matematiska färdigheter som Kilpatrick et al. (2001) beskriver. Dessa svårigheter består i osäkerhet att räkna på rätt sätt och att tolka det uträknade värdet för att kunna svara på den ställda frågan. En textuppgift med helheter och delar som måste byta relation under lösningen av problemet och där givetvis korrekta uträkningar i flera steg krävs för att komma fram till rätt svar, är ett exempel som belyser dessa fem färdigheter.

Att räkna ut procenten kräver god matematisk räkneförmåga enligt Möllehed (2001) eller procedurbehärskning, som är Kilpatricks et al. (2001) motsvarighet. Det krävs en korrekt uppställning av ett bråk för att leda fram till rätt svar. Det är med viss förvåning som vi kan konstatera att ”bara” 53 av 68 klarade av att räkna ut hur många procent 13 är av 50. Det är ju en så grundläggande uppgift som ”delen genom det hela”, vilket man lär sig tidigt i grundskolan. Det första talet delat med det andra. Vi läser från vänster till höger. Dessutom använder, en av de på grundskolan populära läroböckerna, Matte Direkt denna typ av ospecificerade uppgifter. Med detta menar vi att siffrorna saknar enhet eller sammanhang. Eleverna skriver 13/50 och 50/13. I vissa fall är det uppenbart att de inte har klart för sig att täljare och nämnare inte kan byta plats hur som helst. 13 av 50 är givetvis inte samma sak som 50 av 13 och detta avslöjar brister i förståelsen av bråk som behandlas av Löwing och Kilborn (2002). 50/13 blir på miniräknaren ca.3.86 vilket en del inser är ett orimligt svar. 13 delat med 50 blir på miniräknaren 0.26 som man genast kan koppla till procent och svaret blir 26 procent utan att man ändrar på uppställningen 50/13. Ett annat exempel där flera har problem med detta är det sista steget i uträkningen på fråga 9. Korrekt skrivet 1331/1000 men flera vänder på siffrorna till 1000/1331. En del elever vill gärna ha den stora delen i nämnaren. Svaret på räknaren anpassas sedan till något man kan tro på.

Bristande redovisningar är en faktor som ger svårigheter. Kilpatrick et al. (2001) har två faktorer som detta faller under, resonerande och produktiv inställning. Eleverna sätter "krokben" på sig själva då de inte kan kontrollera vad de har gjort för fel. Det är svårt att göra uträkningar i flera steg i huvudet, för det behövs ett skriftligt stöd att kunna gå tillbaks och studera. De flesta eleverna får svårt när de inte redovisar, men undantag finns. En elev som för övrigt inte ville vara med på intervju har gett rätt svar på alla frågor. Eftersom denna elev inte har redovisat några som helst uträkningar, så vi har ingen möjlighet att följa resonemangen. Det enda lilla som finns att anmärka på är svaret på 7a som eleven angivit, 40 % och inte procentenheter. Det allra troligaste är väl att denna elev ändå vet vad det är han/hon har svarat på. Ingen av de undersökta eleverna har ritat upp och visualiserat i sina uträkningar. Det beskrivs i Skolverkets kursplaner för grundskolan att skolan bör sträva mot att eleverna "utvecklar sin förmåga att formulera, gestalta och lösa problem med hjälp av matematik" (s.26) samt på att "matematik är en levande mänsklig konstruktion som omfattar skapande, utforskande verksamhet och intuition" (s.27).

Att elever inte svarar på en fråga kan ha flera olika orsaker. Det kan vara att man inte hinner med, man tycker den ser krånglig ut så man låter bli att försöka, man förstår inte vad det står eller så kanske man inte vet hur man ska göra rent räknemässigt. En osäker elev kan också välja att inte svara, då det kan kännas genant om tankegången eller uträkningen kan visa sig vara felaktig. Kilpatrick et al. (2001) menar att man behöver alla fem aspekterna av matematiska färdigheter för att lyckas med matematiken. Det betyder att om man har brister i vilken som helst av de fem trådarna så kan detta vara orsaken till att man ”hoppar över” en fråga.

Vi utgick ifrån att eleverna hade tillgång till miniräknare vid undersökningstillfället då detta var på en vanlig matematiklektion. Två elever svarade på frågorna utan detta hjälpmedel, vilket gav upphov till en egen punkt här. Att klara sig utan miniräknare kräver god matematisk räkneförmåga som Möllehed (2001) uttrycker det. Kilpatrick et al. (2001) anger att det behövs en bra procedurbehärskning. Eleverna som inte hade räknare med sig valde att göra uppställningar så att vi skulle få se hur de tänkte göra men utan att göra den sista uträkningen, alltså inget riktigt svar. Även om en elev inte har räknare med sig är det alarmerande att han/hon inte kan räkna ut så enkla tal som exempelvis 20 % av 50. Kanske har de som Löwing och Kilborn (2002) beskriver missat i grundförståelsen och blivit hänvisade/beroende av beräkningen 0.2 ggr 50 och tappat förståelse för vad detta innebär. Vår åsikt är att detta visar på en stor svaghet, ett beroende av räknare på uträkningar som inte kräver speciellt stor tankekraft eller manuell uträkning. Detta borde alla kunna räkna ut i huvudet på något sätt då det är en grundläggande procentfråga som kommer tidigt i årskurserna på grundskolan. Det kan inte anses acceptabelt att vara beroende av miniräknare för att få fram ett svar på denna uppgift. Viss förståelse har vi dock när de kommer till tal som blir lite knöligare såsom 0,7 x 180 och så vidare. Malmer (1999) för ett resonemang där hon anser att vi inte får bli helt beroende av tekniken, utan måste kunna räkna med huvudräkning, bland annat för att kunna bedöma om svaret i ett tal är helt orimligt. De räknarlösa elevernas räknekapacitet eller vilken tanke som låg bakom att inte ge något svar har vi tyvärr ingen aning om.

Text- och sifferuppgifter

Möllehed har textförståelse som sin första faktor. Hos Kilpatrick ser det ut som man förutsätter att denna mera grundläggande färdighet fungerar. Som vi tidigare nämnt visade det sig att textuppgiften, när det gäller att räkna ut procenten, efter att ha fått både delen och det hela givet, var lättare än den liknande sifferuppgiften. Detta konstaterade till sin förvåning även Månsson och Elfstam (2006). I det här fallet torde resultatet ha blivit annorlunda om vi i texten på fråga 3, skrivit ut exempelvis kronor efter 13 och 50. På så sätt hade vi eliminerat risken att förväxla delen med procenten vilket många elever gjorde då de räknade ut hur mycket 13 procent var av 50. Intressant är också att det vid intervjuerna framkom att några av eleverna förstod fråga 3 först efter att de gjort textfrågan och då gått tillbaka och räknat likadant på trean. Detta tyder på att de förstår problemet bättre då de får ett konkret sammanhang. Att konkretisera med pengar är enligt Löwing och Kilborn (2002) ett sätt att få elever till att förstå exempelvis procenträkning bättre. Detta just för att procent är intimt förknippat med pengar i många olika vardagssituationer. Det finns dock en nackdel med att hänvisa till pengar i dagens kontantfria samhälle. Till och med små barn "drar" ett kontokort i kassaapparaten i stället för att lämna fram leksakpengar i sina lekar.

Omfors (2003) å andra sidan menar att elever har svårare att lösa textuppgifter än liknande uppgifter med bara siffror. Det stämmer även till viss del i vårt arbete. Detta stöds även av Prim-gruppens resultat ämnesprov åk 9, 2008 Delprov C:

> Korrelationen mellan läsförståelse och delprovsresultat är störst för Delprov C. Detta är inte förvånande eftersom det är det delprov som innehåller mest text. Många uppgifter i Del B1 är nakna sifferuppgifter, så att korrelationen för detta delprov är så pass stor är kanske mer förvånande (s.4)

På frågan som handlar om att räkna ut delen, då det hela och procenttalet är kända (frågorna 1 och 4) har vi 10 % sämre resultat på textuppgiften. Däremot är skillnaden något större när det gällde att räkna ut det hela, då delen och procenttalet är kända (frågorna 2 och 6). I det senare fallet har det med all säkert att göra med vilka siffror som använts i talen. Vid fråga 6 blir uträkningarna betydligt enklare och eleverna kan troligtvis ”se” svaret utan att behöva ställa upp någon uträkning. Eleverna klarar detta med huvudräkning till skillnad mot fråga 2, där knappast någon räknar ut svaret i huvudet.

Den matematiska begreppsförståelsen

Detta är en färdighet som både Kilpatrick et al. (2001) och Möllehed (2001) har som en punkt i sina faktorer, begreppsförståelsen och matematiska begrepp. En del elever verkar tänka att om de ser ett tal med överskriften Procent så tror de automatiskt att de ska räkna med procent, procenträknarmekanismen (vårt ord) går igång. Om rubriken på uppgiften är procent räknar dessa elever ut procenten även om uppgiften var att räkna ut det hela. Sjöberg (2006) beskriver detta då han talar om elevers tysta kunskap vid en provsituation. Elever som är stressade och har problem och begränsningar när det gäller den matematiska kommunikationen, både i text och i lösningar, har en tendens att styras av uppgiftens rubrik. Detta är intressant då en liknande tanke finns om att elever gärna försöker hitta genvägar då de arbetar med problemlösning i matematik. De försöker på något sätt "snabbläsa" texten för att se om de kan hitta nyckelord som ledtrådar för att få fram svaren. Det blir ett slags mekaniskt handlande som mer grundar sig på gissningar än på kunskaper i ämnet.

När det gäller den kluriga 7:an med procent och procentenheter så har denna uppgift visat på svårigheter i så många av Mölleheds (2001) faktorer och Kilpatricks et. al. (2001) färdigheter att vi inte gör någon upprepning här utan hänvisar till resultatdelen. Hur ska man egentligen tolka svaren på fråga 7a? Det rätta svaret skall vara 40 procentenheter, men många har svarat med 40 %. Frågan är om de då förstått vad de svarat på. Både i MatteDirekt (år9) och Matematik 3000 (för Naturvetenskap och teknik), skiljer författarna noga på begreppen procent och procentenheter. Matematik 3000 uppmanar dessutom eleverna till att vara uppmärksamma på hur massmedia klarar av att hantera detta. I stapeln med rätt svar i diagrammet finns alla de som även svarat med 40 %, vilket ger en något missvisande bild, eftersom det bara är 30 elever som angivit procentenheter i svaret.

Både vid intervjuerna och på svaren på testet framgår det att resultatet blir detsamma även om man räknar på fel sätt och tar 80/2. Å andra sidan måste man börja där för att räkna ut fetthalten för paketet med Lätt och Lagom och då blir det rätt om vi i så fall förutsätter att de inte redovisat resten (80 - 40) utan bara räknat i huvudet och sedan skrivit svaret. I det här fallet borde kanske siffrorna varit annorlunda så att vi hade hamnat i denna sits.

Vändningen i uppgift 7b, har lyckats att störa många av eleverna. Det blir helt plötsligt obekvämt med svar som 80/40 = 2. De får problem med vad 2:an står för och vad frågas efter. Vi kan ganska lätt konstatera att frågan inte var så lätt att besvara. Det är kanske inte så märkligt, för när det gäller till exempel Lätt och Lagom i fråga 7 så är det olika procentsatser beroende vad som frågas efter. Nedan följer en liten förklaring på hur krångligt det blev.

1. Först har Lätt och Lagom hälften så mycket fett som Bregott vilket betyder att Lätt och Lagoms fetthalt **representerar** 50 %.
2. Därefter har vi fått fram att Lätt och Lagoms fetthalt **är** 40 %.
3. Till sist i fråga 7b ska man räkna med Lätt och Lagoms fetthalt **som** 100 %.

Inte undra på att svaren har blivit konstiga, men det är här läs- och begreppsförståelsen kommer in och har stor betydelse för problemlösningen. Här kan man verkligen fråga sig om de verkligen gjort några större ansträngningar att läsa och förstå frågan. Resultatet hade förmodligen blivit annorlunda om det varit ett betygsgrundande nationellt prov. Det är naturligtvis svårt att svara på hur mycket fråga 7a har påverkat fråga 7b utan att ha talat med alla som gjort fel på uppgiften men att eleverna har svårt att ställa om mellan olika beräkningssätt bekräftas också av Anderberg (2002, refererad i Omfors, 2003)

Vi har tidigare berättat att ingen av eleverna valde att göra en bild eller modell av problemet. Det är en styrka att kunna visualisera problemet för att kunna förstå vad orden egentligen betyder och står för.

Osäkerhetsfaktorer

En annan variant med intervjuerna hade varit att bestämma möte med några elever utanför lektionstiden och på så sätt kunnat använda lite mer tid till varje intervju. Vi valde att inte göra så då vi ansåg att risken för att eleverna eventuellt skulle "glömma" hur de menade när de gjorde sina uträkningar var stor. En annan aspekt var att vi gjorde vår undersökning precis i slutet av vårterminen och många hade arbeten kvar att göra medan andra, mentalt, redan hade gått på sommarlov.

För oss som inte känner till de undersökta eleverna uppstår många frågetecken när vi gör vår analys av diagnossvaren. Har de läst frågan ordentligt? Vilka elever har svårt att tolka en textuppgift? Hur viktigt är det att göra rätt? Vem eller vilka har slarvat och kan normalt bättre när han/hon koncentrerar sig? Blir det svårare och ställer orimliga krav när vi kommer med 9 frågor som vänder ut och in på procentbegreppet på en och samma gång? Detta är frågor som vi egentligen inte kan få några svar på utan får acceptera att de förmodligen har betydelse för hur/vad eleverna presterar.

Kritik, eller vad kunde vi gjort annorlunda?

Sett på arbetet så här i efterhand hittar man ju alltid saker som kan diskuteras om det var bäst att vi gjorde si, eller om vi borde gjort så i stället. Vi misstänker att det i andra gymnasieprogram kan finnas elever med större svårigheter på det undersökta området än vad våra elever visat. Kanske vi borde ha utvidgat undersökningen till att gälla även andra gymnasieprogram. Vi valde, som tidigare nämnts, att enbart vända oss till Teknikprogrammet då vi på vår verksamhetsförlagda utbildning har kommit fram till att det finns alltifrån svaga till riktigt starka elever där. När vi var på skolorna diskuterade vi detta med lärare vi kom i kontakt med. Det visade sig ofta vara så att de elever som hade haft mest uppenbara svårigheter att klara kursen redan hade bytt program, antingen tidigare under terminen eller på hösten. Om vi hade valt in fler program i vår undersökning, så hade vi definitivt fått en större spännvidd och större olikheter i elevsvaren.

Man kan alltid diskutera om det räcker med att göra en diagnostisk undersökning för att få reda på vad elever kan. Löwing och Kilborn (2002) menar att det är nödvändigt för lärare att kontinuerligt hålla reda på sina respektive elevers kunskaper inom sitt område och anser därför att diagnostiska undersökningar är ett måste. Att diagnoserna ska vara väl utformade och genomtänkta är naturligtvis ett krav. Kanske hade det varit ännu bättre om vi hade kunnat genomföra en dialog med varje elev under en längre period för att få ett mer tillförlitligt resultat, men det skulle inte låta sig göras i en undersökning av den här begränsade storleken. Till vårt test hade vi ju dessutom några stödjande intervjuer där vi kunde gå lite djupare in på de problem som uppstått. Intervjuerna kunde ha utformats så att frågorna handlade om andra räkneuppgifter än de i den skriftliga diagnosen. Uppgifter som räknats fel kan vara svåra och känsliga att diskutera med oss.

Tanken var från början att även inhämta lärares erfarenheter och synpunkter. Detta skulle ge värdefull information men valdes ändå bort eftersom detta material skulle komma att bestå av andrahandsuppgifter. Lärares uppfattning om elevers kunskaper har visats inte alltid överensstämma med elevernas uppfattningar (Göransson & Nilsson, 2008).

Forska vidare

Det är alltid angeläget för en lärare, eller blivande lärare, att ta reda på hur deras elever gör i olika situationer. En fortsättning på den här undersökningen skulle kunna vara att jämföra elevresultaten med de läroböcker som har använts i respektive klass. I dagsläget vet vi inget om skillnaderna mellan de olika läroböckerna, eller om det överhuvudtaget skulle ha någon betydelse vilken av läroböckerna som använts i undervisningen. En vidare studie skulle kunna hjälpa oss att i framtiden välja det bästa läromedlet.

Vi har i detta arbete valt att fokusera på elevernas problem med procenträkning, men om man även analyserar hur eleverna kommer fram till sina svar och tydligare visar på elevernas styrkor, inte bara deras svagheter, så får vi en bättre insikt i elevernas förståelse för ämnet. Vidare skulle intervjuer med berörda lärare kunna ge oss information om de arbetssätt som använts i undervisningen, utformning av lektionerna, hur mycket tid har använts till procentavsnittet och så vidare. Ett resultat av vidare forskning i ämnet skulle kunna resultera i en rapport om hur lärare skulle kunna arbeta för att stärka elevernas förståelse för procent.

Referenser

Anderberg, B., & Källgården, E, S. (2007). *Matematik i skolan: didaktik, metodik och praktik.* Stockholm: Bengt Anderberg Läromedel.

Backman, J. (2008). *Rapporter och uppsatser*. Lund: Studentlitteratur

Björk, L.-G., & Brolin, H. (1999*). Matematik 3000, Kurs A och B, lärobok Naturvetenskap och Teknik.* Stockholm: Natur och Kultur.

Carlsson, S., & Hake, K., & Öberg, B. (2003). *Matte Direkt.* Stockholm: Bonniers.

Hammar, Å. (2009). Hård kritik mot undervisningen i matematik. *Skolvärlden,* (16), 7.

Kilpatrick, J., & Swafford, J., & Bradford, F. (Eds). (2001). *Adding it up: helping children learn mathematics*. Washington, D.C.: National Academy Press, cop.

Kvale, S. (1997). *Den kvalitativa forskningsintervjun*. Lund: Studentlitteratur.

Löwing, M., & Kilborn, W. (2002*). Baskunskaper i matematik för skola, hem och samhälle*. Lund: Studentlitteratur.

Malmer, G. (1999). *Bra matematik för alla.* Lund: Studentlitteratur.

Möllehed, E. (2001). *Problemlösning i matemati: en studie av påverkansfaktorer i årskurserna 4-9.* Malmö: Institutionen för pedagogik, Lärarhögskolan.

Olsson, S.(1999). *Matematiska nedslag i historien*. Solna: Ekelunds förlag AB.

Skolverket. (2001). *Grundskolans kursplaner och betygskriterier 2000*. Stockholm, Fritzes Offentliga Publikationer.

Elektroniska dokument

Elvstam, C., & Månsson, C. (2007). *Vem är bäst på procenträkning? -elever i årskurs sex eller elever i årskurs ett på gymnasiet.* (Examensarbete). Malmö: Malmö högskola, lärarutbildningen. Hämtad från http://dspace.mah.se/dspace/handle/2043/3952

Göransson, D., & Nilsson, H. (2008). *Varför ska det vara så krångligt? Elevers och lärares upplevelser av svårigheter inom Matematik kurs A.* (Examensarbete) Växjö: Växjö universitet, Institutionen för pedagogik. Hämtad från http://vxu.diva-portal.org/smash/record.jsf?pid=diva2:202569

Högskoleverket, Bedömningsgruppen för studenternas förkunskaper i matematik. (1999). *Räcker kunskaperna i matematik?* Stockholm: Högskoleverket. Hämtad 2009-11-29 från http://www.hsv.se/download/18.539a949110f3d5914ec800091623/isbn91-88874-20-6.pdf

Niss, M., & Højgaard Jensen, T. (2002*). Kompetencer og matematiklæring: ideer og inspiration til udvikling af matematikundervisning i Danmark.* København. Undervisningsministeriets forlag. Hämtad 2009-11-29 från http://pub.uvm.dk/2002/kom/index.html

Omfors, R. (2003). *Procentförståelse årskurs 9. (*Examensarbete). Malmö Lärarhögskola Hämtad 2009-11-29 från http://dspace.mah.se:8080/handle/2043/1121

OECD Fakta Hämtad 2009-11-29 från http://www.oecd.org/pages/0,3417,en_36734052_36734103_1_1_1_1_1,00.html

Pisa Resultat 2006 Hämtad 2009-11-29 från http://www.skolverket.se/sb/d/254/a/8997;jsessionid=04B13A67C89280 E06A3A687 47B99CE4F

PRIM-gruppen. (2004). *Ämnesprov Åk 9 2004, delprov C*. Hämtad 2009-11- 29 från http://www.prim.su.se/matematik/ap_9/del_c_04.pdf

PRIM-gruppen. (2004). *Resultatrapport Ämnesprov Åk 9 2004* Hämtad 2009-11-29 från http://www.prim.su.se/matematik/ap_9/resultat/ap9_04rapp2.pdf

PRIM-gruppen. (2005). *Nationellt kursprov i Matematik Kurs A 2005.* Hämtad 2009-11-29 från http://www.prim.su.se/matematik/kurs_a/2005/del_I_v1_%20vt05.pdf

PRIM-gruppen. (2005). *Resultatrapport Nationellt kursprov i Matematik Kurs A 2005* Hämtad 2009-11-29 från http://www.prim.su.se/matematik/kurs_a/resultat/resultat_ht_2005.pdf

PRIM-gruppen. (2008). *Ämnesprov Åk 9 2008*. Hämtad 2009-11-29 från http://www.prim.su.se/matematik/ap_9/2008/prov_2008/C.pdf

PRIM-gruppen. (2008). *Resultatrapport Ämnesprov Åk 9 2008*. Hämtad 2009-11-29 från http://www.prim.su.se/matematik/ap_9/resultat/Ap9rapport2008.pdf

PRIM-gruppen. (2009). *Resultatrapport Kurs A 2009*. Hämtad 2009-11-29 från http://www.prim.su.se/matematik/kurs_a/resultat/resultat_kurs_A_ht_2008.pdf

Sjöberg, G. (2006). *Om det inte är dyskalkyli - vad är det då?* (Doktorsavhandling). Umeå: Umeå universitet, Institutionen för matematik, teknik och naturvetenskap. Hämtad 2009-11-29 från http://fou.skolporten.com/art.aspx?id=a0A20000000D5yp&typ=art

Skola 2011. Hämtad 2009-11-29 från http://www.skolverket.se/sb/d/2574;jsessionid=1E665EE0626D75D376D1BDD4953E14A

Skola 2011 Powerpoint: Hämtad 2009-11-29 från http://www.senrp.se/content/1/c6/01/61/20/ Skolverket_presentation_skola2011_maj2009.pdf

Skolinspektionen. Förklaring av Representationskompetens. Hämtad 2009-11-29 från http://www.skolinspektionen.se/sv/Kvalitetsgranskning/Genomforda-kvalitetsgranskningar/Undervisningen-i-matematik/Kompetensmal-i-matematik/

Skolverket. Förklaring av Modelleringskompetens. Hämtad 2009-11-29 från http://www.skolverket.se/content/1/c4/22/59/matematikD.pdf

Taflin, E. (2003). *Problemlösning och analys av rika matematiska problem.* (Licentiatavhandling). Umeå: Umeå universitet, Matematiska institutionen. Hämtad 2009-11-29 från http://www.math.umu.se/forskning/Didaktik/Rapportserien/Lic031021orig.pdf

Bilaga

Undersökning i procenträkning

Redovisa både uträkningar och svar. Hjälpmedel: räknare.
(Tänk på att besvara varje uppgift med rätt enhet)

1. Vad är 20 % av 50 kr?

2. I Åshöjdens IF håller 192 medlemmar på med fotboll. Det är 40 % av alla som är med i föreningen. Hur många medlemmar har föreningen?

3. Hur många procent är 13 av 50?

4. Du har köpt en chokladkaka som väger 180 gram. Hur många gram kakao är det i chokladkakan om den innehåller 70 % kakao?

5. Ordinarie pris på en jacka var 500 kronor men Elin betalade bara 350 kronor för den. Hur många procent av det ordinarie priset betalade hon?

6. 3 % är 30 kronor. Vad är 100 %?

7. Bregott smörgåsmargarin innehåller 80 % fett medan Lätt och Lagom bara innehåller hälften så mycket.
   a) Hur stor är skillnaden i procentenheter?
   b) Hur många procent mer fett innehåller vanligt Bregott i jämförelse med Lätt och Lagom?

8. Inför jul säljs många chokladaskar. På juldagen sålde en affär sina chokladaskar med 20 % rabatt. En vecka senare, på nyårsdagen var det 50 % rabatt på reapriset. Med hur många procent har priset på chokladaskarna nu sänkts från ursprungspriset?

9. Du har 1000 kronor i lön. Tre år i rad får du 10 % löneförhöjning. Med hur många procent har din lön ökat totalt?

Högskolan Väst
Institutionen för individ och samhälle
461 86 Trollhättan
Tel 0520-22 30 00   Fax 0520-22 30 99
www.hv.se