



Lärohandledningens vägledning till läraren

**- En innehållsanalys av algebraundervisningen i läromedel för
årskurs 4–6**

Deepali Boklund

Emelie Persson

**Examensarbete 15 hp
Läroprogrammet
Institutionen för individ och samhälle
Vårterminen 2017**

Arbetets art: Examensarbete 15 hp, Lärarprogrammet

Titel: Lärarhandledningars vägledning till läraren – En innehållsanalys av algebraundervisningen i läromedel för årskurs 4–6.

Engelsk titel: Teacher guides' guidance to the teacher - a content analysis of teaching algebra in curriculum materials for year 4-6.

Sidantal: 34

Författare: Deepali Boklund och Emelie Persson

Examinator: Marita Lundström

Datum: April 2017

Sammanfattning

Bakgrund: En problematik gällande läromedel är att det varken finns några krav eller någon nämnd som granskar de läromedel som används i undervisningen (IFAU, 2014). Det blir framförallt problematiskt när rapporten från Skolverket som är en sammanställning av TIMSS (2012) visar att läroboken utgör en central roll i matematikundervisningen bland svenska lärare. Lärarhandledningen kan ses som en förlängning av läroboken och det blir därför intressant att studera hur läromedelsförfattare vägleder läraren i matematikundervisningen. Mot bakgrund av tidigare forskning fann vi en kunskapslucka där allt för lite uppmärksamhet har riktats mot hur algebra inleds i lärarhandledningar för årskurs 4–6.

Syfte: Syftet är att få en fördjupad kunskap om hur läromedelsförfattare vägleder läraren i undervisningen om algebra i läromedel för årskurs 4–6.

Metod: För att uppnå studiens syfte har vi genomfört en kvalitativ innehållsanalys.

Resultat: Vårt resultat visar att det finns en bredd i hur lärarhandledningar vägleder lärare i undervisningen om algebra. Något som var gemensamt för läromedlen Mattespanarna och Mattegruvan var att läraren får en balanserad vägledning av både instruerande och bildande karaktär. Det framkommer även i studien att de båda läromedlen problematiserar likhetstecknets betydelse för att skapa en förståelse för variabler. Likhetstecknets betydelse problematiseras i läromedlen i form av det framställs antingen som en gungbräda eller balansvåg för att visa på jämvikt och obalans. Eleverna får därefter arbeta med öppna utsagor i form av lucktal eller tomma skivlinjer. Dessa tomrum ersätts sedan med en variabel.

Nyckelord: algebra, likhetstecknet, inledande algebra, läromedel, lärarhandledningar

Innehåll

Inledning.....	1
Studiens centrala begrepp.....	2
Algebra i styrdokumentet	3
Forskningsbakgrund	4
Algebraiskt tänkande.....	4
Forskning om inledande algebra	7
Forskning om läromedel.....	9
Syfte	11
Teoretisk utgångspunkt	12
Lärohandledningars stöd	12
Likhetstecknets betydelse.....	13
Metod	14
Val av metod	14
Urval.....	14
Presentation av de valda läromedlen	15
Bearbetning av material	17
Tillförlitlighet	18
Etiska ställningstaganden	18
Resultat.....	19
Referensinformation.....	19
Styrande direktiv	19
Transparens	22
Förutseende av elevers tänkande.....	23
Förklaring av matematiska idéer	24
Beslutsfattande	27
Sammanfattning av analysen.....	28
Diskussion	30
Lärohandledningarnas vägledning i algebraundervisningen.....	30
Problematisering av likhetstecknet i läromedlen.....	32
Förslag på vidare forskning.....	34
Referenslista	35
Läromedel.....	38
Bilagor.....	
Bilaga 1	

Inledning

När skolan decentraliserades år 1991 förflyttades makten från staten till kommunen vilket på pappret resulterade i att lärare fick större möjlighet att påverka undervisningen samt vid val av läromedel IFAU (Institutet för arbetsmarknads- och utbildningspolitisk utvärdering) (2014). Verkligheten ser dock annorlunda ut då lärare inte har den tid som behövs för att göra en välgrundad granskning av läromedel. Att det inte finns några krav eller någon nämnd som granskar läromedel utgör ytterligare en aspekt (ibid.). Vi som snart är nyexaminerade lärare ser problematiken i den nuvarande situationen med att lärare inte har tid att granska de läromedel som används i undervisningen. Vi har därför förhoppningar om att vår studie kan vara ett bidrag till lärarprofessionen, då verksamma lärare kan ha användning av vår läromedelsgranskning.

I rapporten från TIMSS (Trends in International Mathematics and Science Study) som Skolverket (2012) har sammanställt framgår det att svenska matematiklärare i jämförelse med lärare från andra länder använder sig av läroboken i undervisningen i större utsträckning ur ett internationellt perspektiv. Vidare visar rapporten att de övriga läromedlen används som ett komplement i undervisningen. Vi kan utifrån tidigare forskning utläsa att det inom läromedelsforskningen i matematik har varit stort fokus på elevens lärobok, vi har därför i linje med aktuell forskning valt att inrikta oss på den tillhörande lärarhandledningen. Noh och Webb (2015) förtydligar att lärarhandledningarna tenderar att ha stort inflytande på lärarens syn på matematikundervisningen vilket Remillard (2005) framhåller kan bero på att läromedelsförfattare implicit kan kommunicera fram sin syn på matematik. Då det inte finns någon nämnd som granskar läromedel går det inte att fastställa om läromedelsförfattarnas syn på matematik överensstämmer med de riktlinjer som läraren ska följa i läroplanen. Det blir därmed problematiskt att lärare blint förlitar sig på att eleverna kommer att nå läroplanens mål om de följer lärobokens upplägg (Skolinspektionen, 2009). Lärarhandledningar innehåller förslag på hur läraren ska bedriva matematikundervisningen, eftersom den svenska matematikundervisningen i hög grad är läroboksstyrd blir det därför intressant att undersöka hur läraren vägleds i lärarhandledningarnas texter att undervisa i matematik.

För att avgränsa studien vände vi oss till äldre såväl som nyare forskning. Vi fann att forskningen hittills tenderat att koncentrera sig på hur algebra inleds i matematikundervisningen. Reinhardtsen (2012) har i sin magisteruppsats gjort en jämförande studie av hur algebra inleds i läroböcker för årskurs 6, 7 och 8 från fyra olika länder. De första 60 uppgifterna i varje algebra kapitel valdes ut och analyserades med hjälp av en innehållsanalys. I studien innebar algebra i läroboken det tillfälle då variabler införs i undervisningen. Vidare uppmärksammade hon att för att kunna lösa ekvationer behöver eleverna utveckla en förståelse för likhetstecknet. I de läroböcker som undersöktes fann hon dessutom att läromedelsförfattarna försökte klargöra likhetstecknets betydelse för att eleverna inte skulle se det som ett operationstecken. Utöver Reinhardtsens (2012) studie har vi funnit liknande studier som genomförts på läromedel för årskurs 1–3 samt för årskurs 7–9 och gymnasiet. Alltför lite uppmärksamhet har emellertid riktats mot hur algebra inleds i läromedel, framförallt i lärarhandledningar, som används i undervisningen för årskurs 4–6. Mot bakgrund av tidigare forskning har vi valt att undersöka vilken vägledning som ges i lärarhandledningars texter angående lärares undervisning i algebra.

Studiens centrala begrepp

Algebra

Ordet härstammar från arabiskans *al-jabr* och kom att bli det kända ordet och området algebra (Willers, 2015). Algebra i sig handlar om obestämda karaktärer såsom okända tal, variabler eller parametrar (Olteanu, 2016). Algebra förknippas med bokstavsräkning och matematiken förändras då till att bli procedurinriktad (Bergsten, Häggström & Lindberg, 1997). Algebra associeras med bokstavsräkning vilket innebär arbetet med variabler där samma räkneregler gäller för variabler som för talen (Kiselman & Mouwitz, 2008).

Algebraiska uttryck

Den allmänna definitionen av algebraiska uttryck är en sammanställning av tecken (Kiselman & Mouwitz, 2008). Det avser främst en samling av tal och variabler samt räkneoperationer. Ett uttryck innehåller varken ett likhetstecken eller olikhetstecken utan skrivs endast som följande:

$$\frac{3x - 4 + 5}{5x}$$

(Willers, 2015, s. 24)

Ekvation

Det som skiljer sig mellan ett algebraiskt uttryck och en ekvation är att en ekvation alltid innehåller ett likhetstecken för att visa ekvivalens mellan båda leden om tecknet (Willers, 2015). En ekvation är därför en tydlig procedur där målet är att lösa ut variabeln x , det vill säga ta reda på x värde. En ekvation har också en sammanställning av tal, variabler och tecken. En ekvation kan se ut som följande:

$$3x - 5 = 13$$

(Willers, 2015, s. 24)

Likhetstecknet

Likhetstecknet används för att visa när två olika uttryck har samma värde (Kiselman & Mouwitz, 2008). Det är viktigt att poängtera att det uttalas "är lika med" eller "är", det kan bli missvisande att säga "blir" då det indikerar på en förändring.

Variabel

Ordet variabel innebär att en obekant har en viss mängd (Kiselman & Mouwitz, 2008). Variabeln kan ta uttryck i form av en bokstav som exempelvis x , y eller z vilket förklarar varför algebra förknippas med bokstavsräkning (Bergsten et al., 1997). Variabel härstammar från det latinska ordet *variabilis* som innebär att den obekanta kan variera eller växla.

Algebra i styrdokument

I följande avsnitt redovisar vi relevanta delar ur styrdokument som gäller för området algebra genom att först presentera det som skrivs fram i det centrala innehållet i läroplanen (Skolverket, 2016). Därefter redogör vi för hur progressionen av algebra ser ut i styrdokument genom att hänvisa till kommentarmaterialet för matematik (Skolverket, 2011).

I läroplanen återfinns det centrala innehållet vilket är de kunskapsområden som ska ingå i undervisningen. I det centrala innehållet för årskurs 4–6 tas följande delar upp inom algebra:

- Obekanta tal och deras egenskaper samt situationer där det finns behov att beteckna ett obekant tal med en symbol.
- Enkla algebraiska uttryck och ekvationer i situationer som är relevanta för eleven.
- Metoder för enkel ekvationslösning.
- Hur mönster i talföljder och geometriska mönster kan konstrueras, beskrivas och uttryckas

(Skolverket, 2016, s. 57)

Ovanstående delar ur det centrala innehållet förtydligas och utvecklas i kommentarmaterialet för matematik. Emellertid bör en förklaring ges till hur algebra definieras i styrdokument: ”Enkelt uttryckt kan algebraisk kunskap beskrivas som att man genom att använda bokstavs-beteckningar istället för tal, kan uttrycka beräkningar på ett generellt sätt” (Skolverket, 2011, s. 16).

Algebras progression i styrdokument

Kommentarmaterialet betonar likhetstecknets betydelse för att skapa en grundläggande förståelse för algebra. Det framkommer även att aritmetiken har en betydande roll i det algebraiska området (Skolverket, 2011). Det grundas i att eleverna i aritmetiken inleds för talfakta i kombination med likhetstecknet. I styrdokument finns det en tydlig uppdelning mellan årskurserna när algebra ska inledas respektive behandlas. För att exemplifiera ska eleverna i årskurs 1–3 arbeta med tomrum för att utveckla deras förståelse för likhetstecknets betydelse samt obekanta tal (Skolverket, 2011). Det ligger till grund för det fortsatta arbetet i årskurs 4–6 där eleverna får kunskap om hur ett obekant tal kan betecknas med en symbol. I kommentarmaterialet förtydligas vikten av att eleverna får möta obekanta tal i vardagsnära situationer som exempelvis i samband med problemlösning (Ibid.). Ytterligare en del inom kunskapsområdet algebra är matematiska mönster (Skolverket, 2011). I årskurs 1–3 såväl som i årskurs 4–6 skrivs det fram att eleverna ska få kunskap om hur mönster i talföljder och geometriska mönster kan uttryckas, beskrivas och konstrueras. Att eleverna får möta mönster som kan ersättas med tal och bokstavs-beteckningar medför att de utvecklar sitt algebraiska tänkande (Ibid.). Dessa olika mönster kan vara vardagliga i elevernas miljö. Den progression som sker är att mönstren blir mer komplexa i dess uppbyggnad. Grunden för ett algebraiskt symbolspråk innebär i årskurs 1–3 att kunna uttrycka ett mönsters uppbyggnad och därefter uttrycka mönster med symboler, förklarar kommentarmaterialet för matematik. I årskurs 4–6 överskrids det till att eleven får möta enkla algebraiska uttryck och ekvationer, genom att eleven får pröva sig fram utvecklas elevens kunskaper för hur dessa kan skrivas med ett symbolspråk. Förståelse för likheter, variabel begreppet och algebraiska uttryck är essentiellt för att kunna lösa ekvationer. Eleverna i årskurs 4–6 förväntas att klara av att börja formulera enkla algebraiska uttryck. I undervisningen ska de få möjlighet att lära sig metoder för enkel ekvationslösning eller att pröva sig fram (Skolverket, 2011).

Kunskapskraven i matematik

I följande avsnitt kommer godtagbara kunskaper för slutet av årskurs 6 att presenteras i förhållande till området algebra:

Eleven har kunskaper om matematiska begrepp och visar det genom att använda dem i sammanhang på ett fungerande sätt. Eleven kan beskriva olika begrepp med hjälp av matematiska uttrycksformer på ett fungerande sätt. I beskrivningarna kan eleven växla mellan olika uttrycksformer samt föra resonemang kring hur begreppen relaterar till varandra. [...] Eleven kan välja och använda matematiska metoder med anpassning till sammanhanget för att göra enkla beräkningar och lösa enkla rutinuppgifter inom [...] algebra [...] samt samband och förändring med resultat.

(Skolverket, 2016, s. 61–62)

Kunskapskraven tydliggörs i kommentarmaterialet och det skrivs även fram hur kunskapskraven är konstruerade och speglar den kunskapssyn som finns i läroplanen (Skolverket, 2011). Enligt läroplanen har kunskaper olika former som de benämner som kunskapsformer. Det förtydligas att en kunskapsform inte motsvarar ett betyg utan att det är helheten som ska bedömas. Kunskapskraven baseras på de långsiktiga målen som återfinns i läroplanens syftesdel.

I detta avsnitt har det getts en översikt över vad som skrivs fram i läroplanen samt kommentarmaterialet för matematik inom området algebra. Denna redogörelse är betydelsefull då vår avsikt delvis är att undersöka hur väl de utvalda läromedlen stämmer överens med Lgr 11. Emellertid behövs en avgränsning ske och vi har valt att inte fokusera på talmönster och geometriska mönster i den här studien då den delen av algebra inte har en lika tydlig matematisk progression. Vi kommer därför endast att fokusera på hur likhetstecknet problematiseras och utvecklas för att skapa en förståelse för algebra och ekvationslösning.

Forskningsbakgrund

I det här avsnittet behandlas den forskning som är aktuell inom forskningsfältet. Forskningsbakgrunden innefattar följande huvudrubriker; ”Algebraiskt tänkande”, ”Forskning om inledande algebra” samt ”Forskning om läromedel”.

Algebraiskt tänkande

Ett algebraiskt tänkande innebär enligt Persson (2010) förmågan att kunna generalisera aritmetiska talsamband och därefter utnyttja dessa kunskaper för att lösa problem, med och utan bokstavssymboler. Att algebra emellanåt betraktas som "aritmetik med bokstäver" är något som Devlin (2011, Nov 20) motsätter sig då han förtydligar att aritmetik och algebra är två olika sätt av numeriskt tänkande. Olteanu (2016) påpekar emellertid att aritmetiken ligger till grund för algebra och att det sker en övergång i matematiken i skolan från aritmetik till algebra. Devlin (2011) hävdar dock att det finns en distinkt skillnad i det numeriska tänkandet genom att härleda till aritmetik och algebra i skolan:

- För det första involverar algebra att tänka *logiskt* snarare än numeriskt.
- Inom aritmetiken arbetar (räknar) du *med* siffror medan i algebra tänker du (logiskt) *om* siffror.
- Aritmetik involverar räkning med siffror som ger *kvantitativa* lösningar till skillnad från algebra där *kvalitativa* lösningar om siffror är i fokus.

- I aritmetiken *räknar* du med siffror som är givna och i algebra introduceras du för en *symbol för ett obekant tal* och gör *logiska* resonemang för att komma fram till dess värde.

(Devlin 2011, vår översättning)

I ovanstående citat har Devlin (2011) gjort en tydlig distinktion mellan aritmetiskt och algebraiskt tänkande. Persson (2010) är av uppfattningen att det inte finns någon framträdande åtskillnad mellan aritmetik- och algebraaktiviteter utan att det kan ses som en ömsesidig förbindelse. Vidare skulle det i så fall innebära att algebran i skolundervisningen inte är knuten till en viss övergångsperiod från aritmetik till algebra. När elever möter uppgifter av algebraisk karaktär poängtarar Devlin (2011) att de tenderar att försöka lösa problem med hjälp av sina tillägnade kunskaper från aritmetiken. Det kan vara en fruktbar metod då enkla ekvationer kan lösas med grundläggande aritmetik, men eleverna måste lära sig att tänka algebraiskt för att klara av den resterande matematiken i skolan som berör ämnet algebra.

En betydande del inom aritmetiken såväl som i algebran är likhetstecknets betydelse, förklarar Kieran (2004). Vidare menar Kieran att när eleverna introduceras för algebra behöver de återigen fokusera på innebörden av likhetstecknet. Även Persson (2010) understryker att likhetstecknets olika betydelser är en väsentlig fråga inom skolmatematiken från tidiga åldrar upp till universitetet. Vi kommer därför i nedanstående avsnitt ge en närmare beskrivning av likhetstecknets betydelse för att utveckla det algebraiska tänkandet.

Likhetstecknets betydelse för algebraiskt tänkande

Den allmänna definitionen av likhetstecknet är att båda leden om tecknet är ekvivalenta (Kiselman & Mouwitz, 2008). Tecknet uttalas "är lika med" eller "är" enligt författarna och de fullföljer med att säga att "blir" kan vara missledande eftersom det tyder på en förändring. Enligt Bergsten et al. (1997) och Pettersson (2010) finns det två olika aspekter hos matematiska symboluttryck och begrepp. Den ena är operation och det innebär att man ser likhetstecknet som en symbol för processen. Med det tankesättet resulterar det i att man ser likhetstecknet som något som "blir" (Bergsten et al., 1997; Pettersson, 2010). Den andra aspekten är struktur vilket innebär att man ser likhetstecknet som statiskt. Symbolen betyder då att det som står höger och vänster om tecknet är likvärdiga och man säger exempelvis istället att fem adderat med tolv "är" sju (Bergsten et al., 1997).

Det som ovanstående forskare har beskrivit gällande likhetstecknet som operation eller struktur, är något som återfinns i både nationell och internationell forskning. I Adolfsson Boman, Eriksson, Hverven, Jansson och Tambours (2013) studie uppfattade många elever likhetstecknet som en operation snarare än en strukturerad, statisk symbol. Det var även något som visades i Knuth, Alibali, McNeil, Weinberg, Stephens (2005) studie. Knuth et al. (2005) lyfter fram att resultatet var väntat, men det som skiljde sig från tidigare forskning var en förändring i progressionen. Förändringen var att majoriteten av eleverna i de senare årskurserna gick från tanken av likhetstecknet som en operation till att tänka att likhetstecknet är en struktur. Utöver det forskningsresultat som Knuth et al. (2005) redovisar tyder forfarande forskning på att problematiken kring att elever uppfattar likhetstecknets innebörd som "blir" kvarstår. Adolfsson et al. (2013) och Pettersson (2010) betonar hur problematiken kan leda till svårigheter vid inläringen av algebra. Likhetstecknet har en stor inverkan på flera matematiska begrepp och områden, speciellt inom de områden som kommer att beröras i vår studie vilket är algebraiska uttryck och ekvationer. Forskning har visat på tydliga kopplingar mellan förståelse för likhetstecknet och att lyckas med att lösa ekvationer (Knuth, Stephens, McNeil & Alibali,

2006) och därför blir det allt viktigare att göra en tydlig och planerad undervisning kring likhetstecknet.

Att likhetstecknet representerar relationer är en självklarhet, enligt Carpenter, Franke och Levi (2003). I en undersökning som Carpenter et al. genomförde visade resultatet att många om inte alla grundskoleelever missuppfattar meningen med likhetstecknet. Carpenter et al. gav eleverna en ekvation att lösa, där de i samtal med eleverna försökte förstå deras tillvägagångssätt och även se vilka fallgropar som finns för eleverna vid ekvationslösning.

Uppgiften såg ut på följande sätt:

$$8 + 4 = \square + 5$$

De flesta svarade 12 och 17, ett fåtal elever gav det korrekta svaret 7. Bland eleverna i årskurs 6 visade det sig att de nästan alla svarade fel. Det här resultatet påvisar hur elever missuppfattar likhetstecknets innebörd (Carpenter et al., 2003). Emellertid menar McNeil, Grandau, Knuth, Alibali, Stephens, Hattikudur och Krill (2006) att dessa uppgifter skapar en större förståelse för likhetstecknet. Resultatet av Mcneils et al. (2006) undersökning visade hur dessa uppgifter skapar en större förståelse för likhetstecknet i jämförelse med de så kallade *lucktalen* som redovisas nedan. Vidare menar Carpenter et al. (2003) att missuppfattningar om likhetstecknets innebörd begränsar elevernas förmåga att lära sig aritmetisk tankegång, vilket i sin tur påverkar deras sätt att tillämpa kunskapen och det skapar mer problem för eleverna när de övergår till algebra. Tecknet utmärker relationen mellan två lika stora mängder vilket en del elever inte har uppfattat (Carpenter et al., 2003; Mcneil et al., 2006). Den största och vanligaste missuppfattningen som finns hos eleverna är att de tolkar att $8 + 4$ som en operation som ska lösas snarare än att det representerar 12. Enligt McNeil et al. (2006) präglas läroböckerna av uppgifter med *lucktal*, där de endast får en operation på ena ledet om tecknet och en tom ruta på andra sidan. Exempelvis så här:

$$8 + 4 = \square$$

Både Carpenter et al. (2003) och Mcneil et al. (2006) anser att uppgifter som ovan leder till att eleverna ser operationen $8+4$ och inte likhetstecknet som en symbol för relationen mellan det vänstra ledet och det högra ledet, alltså relationen mellan lika stora mängder. Mcneil et al. (2006) argumenterar för hur det är bättre att börja med *större än* - tecken ($>$, $<$) i början och sedan fortsätta med lucktal. Risker att börja med lucktal är att eleverna inte associerar likhetstecknet med "lika med" eller "lika mycket på båda sidorna" (ibid.). Att börja med *större än* -tecken för att sen gå in på likhetstecknet är mer gynnsamt för elevernas förståelse enligt Mcneil et al. (2006). Missuppfattningen av innebörden kan vara ett problem som kvarstår hos eleverna och det är inte bara att få eleverna att förstå och acceptera likhetstecknets innebörd utan det måste arbetas fram successivt. Den mest produktiva lösningen för att eleverna ska utveckla förståelse och uppfattning för likhetstecknet är att utmana deras nuvarande uppfattning. Hattikudur och Alibali (2010) presenterar i sin studie att den ultimata matematiklektionen är att eleverna får både arbeta med likhetstecknet och större än-tecken. Genom att utmana elevernas uppfattningar kan man arbeta med begreppen och även jämföra begreppen för att skapa en djupare förståelse hos eleverna. Diskussionerna kring elevers olika uppfattningar om tecknen får då möjlighet att komma fram vilket i sin tur också leder till att tecknet måste definieras (Carpenter et al., 2003). Dessa diskussioner leder inte bara till att en rad olika uppfattningar lyfts och att man tillsammans kommer fram till det korrekta svaret, utan det leder även till det första steget in på det algebraiska området enligt Carpenter et al.

Vidare poängterar Carpenter et al. (2003) vikten av förståelsen för likhetstecknet. Författarna påpekar även att det är ett av de största hindren vid arbete med algebra och därför är det extra viktigt att lära ut det korrekt. Likhetstecknet är och kommer alltid att vara en symbol för relationen mellan lika stora mängder och förstår man det öppnar man upp för algebra att presentera problem och svårare uträkningar. Detta berikar inte bara lärandet av aritmetiken utan även lärandet av algebra, menar Carpenter et al. För att summera kan man avläsa ur ovanstående avsnitt hur likhetstecknets innebörd ligger till grund för ekvationer och algebraiskt tänkande.

Införandet av variabler i algebraundervisningen

Bergsten et al. (1997) tydliggör vikten av progression i algebraundervisningen. Författarna hävdar att algebra inte bara ska dyka upp som en överraskning utan istället ska den planeras in som en väg genom hela grundskolan för att skapa mening för eleverna. Vidare presenterar författarna att progressionen bör gå från pre-algebra, där man utför olika aktiviteter som förbereder för bokstavssymboler, till inledande algebra där eleverna presenteras för bokstavssymboler för att slutligen arbeta med algebra, då symbolerna används till fullo i uppgifter och problemlösningar. Ovanstående steg ska leda till en naturlig progression i algebraundervisningen för eleverna menar Bergsten et al. (1997).

Kiselman och Mouwitz (2008) förklarar att algebra innebär elevernas första möte med bokstavssymboler i skolan. Emellertid är en mer korrekt term för bokstavssymbol *variabel*, vilket representerar ett visst värde i en matematikuppgift (Willers, 2015). Kiselman och Mouwitz (2008) förtydligar att eleverna går från att räkna med tal till att räkna med variabler. Författarna redovisar sedan att variabeln ofta betecknas med en bokstav som exempelvis x , vilket visar för den enskilde eleven att här befinner det sig ett obekant tal. Variabel antas ha ett värde och det är oftast upp till eleven att ta reda på värdet som x kan tänkas ha. Variabeln x kan variera och växlas mellan uppgifter, vilket innebär att x inte har samma värde i varje matematikuppgift, enligt Kiselman och Mouwitz. I Knuths et al. (2005) studie visade det sig att elevers syn på variabler var mer positivt än vad som visats i tidigare forskning. Även om eleverna hade inte hade tillräckliga kunskaper om variabler tolkade fler elever att variabeln symboliserade mer än ett värde. Varför eleverna hade otillräckliga kunskaper om variabler kan enligt Bergsten et al. (1997) bero på att undervisningen inte hjälper eleverna att utveckla en förståelse för variabler (Bergsten et al., 1997). Både Bergsten et al. och påpekar Knuth et al. (2005) vikten av att arbeta pre-algebraiskt, då det ligger till grund för elevernas framgång i algebra i de senare årskurserna.

Forskning om inledande algebra

Fram till följande avsnitt har vi redovisat grundläggande information om området algebra i matematiken. I flertal studier har vi funnit att *introductory algebra* är ett vedertaget begrepp inom forskningsfältet. Rystedt (2015) har översatt ovanstående begrepp till *inledande algebra* vilket även är det begrepp som vi har valt att använda som översättning i vår studie. I det här avsnittet kommer vi att redovisa studier inom fältet som vi anser bidrar med betydelsefull information och därefter fastställer vi vad vi menar med inledande algebra i vår studie.

Inledande algebra har en vital roll för elevers fortsatta inläring av det matematiska området algebra, förtydligar Rystedt (2015). I sin licentatuppsats har hon undersökt hur man lämpligast inleder algebra för elever. Rystedt (2015) förtydligar att hon i den här licentatuppsatsen menar att inledande algebra innebär algebraiska bokstäver, algebraiska uttryck samt ekvationer. Rystedt, Helenius och Kilhamn (2016) framför att inläringen av att lösa ekvationer är ingången till algebra. Rystedt et al. har gjort en fallstudie där de undersöker hur 12-åriga elever klarar av att lösa ekvationer i olika kontexter. I projektet deltog fyra skolor i årskurs 6 och 7 från Sverige

där fem algebralektioner i följd dokumenterades med hjälp av en filmkamera. De första fyra lektionerna planerades av läraren i enlighet med läroplanen och den femte lektionen designades av forskarna. Forskarnas avsikt med studien var att få en fördjupad förståelse för vilken roll konkret material har för elevers lärande vid inledandet av algebra. De ville även undersöka om eleverna kunde använda sig av de nyfunna kunskaper om algebra som de lärt sig genom att arbeta med konkret material i andra kontexter. För att inleda algebra hade läraren planerat att eleverna under den första lektionen skulle få möjlighet att räkna ekvationer med hjälp av lådaskar med bönor i (Rystedt et al., 2016). Under den andra lektionen fullföljdes planeringen med ett liknande upplägg. Att stärka balansen i likhetstecknet med hjälp av lådorna var i fokus under den tredje lektionen och läraren förtydligade att lika mycket behövs ta bort från båda leden för att bibehålla jämvikten. Därefter introducerades de för ekvationer och symbolen x , läraren förklarade att eleverna kunde använda sig av x istället för att arbeta med lådorna. För att exemplifiera fick de ett arbetsblad med ekvationer som de uppmanades till att lösa med hjälp av det konkreta materialet. Under fjärde lektionen arbetade eleverna med tändsticksmönster för att skapa en tabell över ett mönsters utveckling. Efter att eleverna hade genomfört den slutliga uppgiften som forskarna hade förberett kunde de dra slutsatsen att eleverna förstod att lådans innehåll är lika med x och att 30 är detsamma som 30 bönor. Emellertid förstod inte eleverna att variabeln x representerade i den här kontexten $30 (x = 30)$. Avslutningsvis visade studien att eleverna inte klarade av att röra sig emellan olika konkreta och abstrakta kontexter och samtidigt bibehålla sitt algebraiska tänkande. Likt ovanstående studie undersöktes även den andra studien 12-åriga elevers möte med inledande algebra (Rystedt, 2015). De båda studierna genomfördes i samma klassrum men med olika elevgrupper. I studien var det elevers förståelse för ekvationer och symbolen x som var i fokus. Sammanfattningsvis visade resultatet av de studien att elevers förståelse för symboler som används i algebraiska uttryck och ekvationer kan variera. En slutsats var att eleverna tar hjälp av sina matematiska och icke-matematiska referenser när de ska försöka förstå sig på symbolernas betydelse (Rystedt, 2015). En kritisk punkt var således att eleverna inte kunde generalisera att x alltid står för ett okänt värde men att det värdet är kontextualiserat. Det medförde att de förstod principen i en specifik situation men inte i en annan.

För att problematisera hur inledandet av algebra går till i matematiska läromedel har Reinhardtsen (2012) gjort en jämförande studie av textböcker från Finland, Norge, Sverige och USA. I sin magisteruppsats har hon gjort ett samarbete med det internationella projektet VIDEOMAT, vars syfte är att undersöka hur de nämnda länderna inleder algebra i skolan. Reinhardtsen (2012) förtydligar att hon med inledande algebra menar introduktionen av bokstavssymboler som variabler. I sin jämförande studie har hon analyserat två läroböcker från varje land där de första 60 uppgifterna i varje algebra kapitel valdes ut och studerades mer ingående i form av en innehållsanalys (Reinhardtsen, 2012). I det här avseendet innebär införandet av algebra i skolan den tidpunkt när bokstäver får rollen som variabler, förklarar Reinhardtsen med stöd av hur forskargruppen i VIDEOMAT har definierat begreppet. Något som hon uppmärksammar efter avslutad studie är att det är viktigt att eleverna utvecklar en förståelse för det matematiska symbolspråket för att de ska uppnå en vidare matematisk utveckling. För att exemplifiera förklarar Reinhardtsen (2012) att elever kan uppleva svårigheter i att förstå att variabler är kontextbundna parallellt med att de har samma representationsform (x). I studien framkom det att läroböckerna från de olika länderna presenterade inledande uppgifter vars syfte var att utveckla essentiella färdigheter för fortsatt arbete med algebra (Reinhardtsen, 2012). Exemplevis fanns det uppgifter i läroböckerna som fokuserade på sekvenser av operationer för att förbereda dem på ekvationslösning. Uppgifterna var utformade med text för att eleverna skulle få ta ut ett numeriskt taluttryck. Läroböckerna försökte också reda ut likhetstecknets betydelse för att eleverna inte skulle se det som ett

operationstecken. Det är betydelsefullt att eleverna får en korrekt förståelse för likhetstecknet för att de sedan ska kunna lösa ekvationer. Resultatet visade att endast en bok av de som analyserats presenterade inledande uppgifter för att ge en logisk progression till användandet av det algebraiska språket. Vidare påpekar Reinhardtsen (2012) att mönsteruppgifter var en motiverande faktor för inläring av algebra och användes därför i läroböckerna. Det framkom också att det fanns ett tydligt fokus på det algebraiska språket i kapitlen.

Med hjälp av tidigare forskning har vi nu redogjort för vad som menas med inledande algebra. Utifrån ovanstående forskning har vi valt att tillämpa en kombination mellan hur det talas om inledande algebra i de presenterade undersökningarna. I den här studien menar vi att inledande algebra omfattar bokstavssymboler för att beteckna ett okänt tal och hur de får funktionen som variabler i en ekvation. Vår avsikt är att utgå från ovanstående resonemang när vi granskar läromedel. I nedanstående avsnitt ges en översikt av läromedel och dess roll i matematikundervisningen.

Forskning om läromedel

Under den här rubriken redovisas forskning om läromedel samt läromedel som används i matematikundervisningen. Efter att forskningen har presenterats kommer vi att redogöra för hur vi förhåller oss till begreppet läromedel.

Läromedel benämns som *curriculum* eller *curriculum materials* inom internationell forskning. Det framgår dock att det används som ett samlingsbegrepp för att både beskriva de nationella styrdokumenterna såväl som de material som används vid planering och genomförande av undervisningen (Remillard, 2005). Även Selander (2003) framhåller att läromedel är ett vitt begrepp med en rad olika betydelser. Inom den nationella forskningen går läromedel mestadels under betydelsen ”sådant som kan användas för att nå målen i skolan” (Selander, 2003, s.185). En sådan oklar definition medför att allt material som läraren använder i skolan för att utveckla elevernas lärande kan således benämnas som läromedel. Vid forskning av läromedel som används inom matematikundervisningen är det emellertid främst undersökningar av läroböcker som förekommer. Johansson (2006) förklarar att en lärobok är en bok som är utformad för att omfatta de delar inom ett ämne som eleverna bör lära sig under ett specifikt skolar. Läroboken kan enligt Selander (2003) ses som ett medel som erhåller kunskap, men det kan också betraktas som ett kommunikationsmedel som är socialt konstruerat. Ett liknande antagande ges av Johansson (2006) då hon understryker att i matematikämnet bidrar läroböcker till att bevara samt överföra kunskaper och färdigheter till eleven som är aktuella under tidsperioden. Vidare förklarar hon att läroboken blir även ett sorts verktyg i undervisningen som förser både lärare, elever och föräldrar med uppfattningar om matematik. Flera forskare är av uppfattningen att de läromedel som används i matematikundervisningen präglas av en liknande syn på matematik som hos de som framställt materialet. Hoelgaard (2015) menar på att förlaget och författarnas underliggande antagningar om undervisning och vad det innebär att lära sig matematik utformar läromedlen. Läroboksserier kan därmed ha olika syn på när och hur ett matematiskt innehåll ska inledas, förklarar Johansson (2011). Hon utvecklar det i form av att problematisera hur det kan resultera i mer eller mindre dolda antagande kring hur elever lär sig matematik.

När man talar om läromedel i matematikundervisningen kan det exempelvis innebära läroboken som eleverna räknar i men det kan också innebära de lärarhandledningar som finns till för lärarens förfogande. Likt läroboken är även lärarhandledningen ett medel som förmedlar teorier om undervisning, men i lärarhandledningen ges en ytterligare fördjupning än den som ges i läroboken (Hoelgaard, 2015). Lärarhandledningen kan utgöra en resurs för läraren då dess innehåll och struktur kan hjälpa läraren att utveckla undervisningen och därmed elevernas

lärande. Det går således att se lärarhandledningen som ett material som kompletterar läroboken. Lärarhandledningar kan innehålla ytterligare material som läraren kan använda för att berika undervisningen eller för att reflektera över undervisningen (Remillard, Van Steenbrugge & Bergqvist, 2014).

Genom att presentera tidigare forskning om läromedel kommer vi här att förtydliga hur vi har valt att förhålla oss till begreppet. Läromedel är som tidigare påpekats ett mångfacetterat begrepp och definieras olika inom internationell och nationell forskning. När vi talar om läromedel i den här studien refererar vi till den lärobok och tillhörande lärarhandledning som ingår i samma läroboksserie. I nedanstående avsnitt diskuteras läromedlen i relation till matematikundervisningen för att erhålla en klarare bild över vilken roll de har i undervisningen.

Läromedlens roll i matematikundervisningen

En betydande händelse som skedde under 1990-talet i Sverige var decentraliseringen av skolan. I korta ordalag innebar det att det administrativa ansvaret rörande skolan som tidigare varit statligt blev en kommunal ansvarsuppgift (IFAU, 2014). Förändring av det svenska skolväsendet medförde också att lärare tvingades själva välja såväl som granska de läromedel som skulle användas i undervisningen, då den nämnd som tidigare inspekterat läroböcker på en nationell nivå inte längre fanns kvar (Kilhamn & Hillman, 2014). Att det inte finns någon nämnd som kontrollerar innehållet i läromedel tycks inte ha påverkat svenska lärares användning av läromedel. Sverige visar sig vara ett av de länder som i störst utsträckning centrerar sin undervisning runt läroboken samt använder den som huvudsakligt material för matematikundervisningen. Det faktum konstaterades i samband med TIMSS undersökning år 2007 och var ett fenomen som visade sig kvarstå även i samband med TIMSS 2011 (Skolverket, 2012).

Läroböckerna kan användas som ett verktyg för att förenkla lärarnas dagliga arbete i form av följa bokens upplägg (Johansson, 2006). I kvalitetsgranskningen som genomfördes av Skolinspektionen (2009) visade resultatet att enskilt arbete dominerande under lektionerna i form av räknande i boken. Det visade också att många lärare ansåg att läroboken var ett viktigt stöd för att planera sin undervisning och för att eleverna skulle uppnå de nationella målen. Att lärare förlitar sig på att läroboken lär eleverna matematik kan vara problematiskt enligt Häggström (2008). Läroboken är ett material som är framtaget med uppgifter och en struktur som är en tolkning av den nationella läroplanen (Ahl, Gunnarsdóttir, Koljonen & Pálsdóttir, 2015). Författare och förlag som framställer läroboksserier är inte skyldiga att följa den aktuella läroplanen (Johansson, 2006). Det blir således problematiskt om lärare blint förlitar på läroboken utan att först granska dess innehåll. Det visar sig att få lärare granskar de läroböcker som används i undervisningen och att valet av bok sker oftast efter en diskussion i lärarlaget (Skolinspektionen, 2009). Ahl et al. (2015) poängterar likt tidigare nämnda forskare att svenska lärare använder läroboken i stor utsträckning i undervisningen men att lärarhandledningen däremot sällan används. Om lärarhandledningen används kan den emellertid ha en betydande roll i planeringen då materialet är ett medel som förmedlar idéer om matematikundervisningen. Exempelvis har lärarhandledningen möjlighet att synliggöra för läraren hur undervisningens innehåll är i linje med de nationella styrdokumenterna (Hoelgaard, 2015). Det kan ske i form av att lärarhandledningen ger läraren stöd genom att förse läraren med underlag och exempel på hur läraren kan bedöma elevernas kunskaper.

Instruerande och bildande vägledning

Vilket stöd lärarhandledningen utgör för läraren avgörs dels av materialets struktur och innehåll men också hur den används av läraren (Davis & Krajcik, 2005; Ahl, Hoelgaard & Koljonen, 2013). När det gäller innehållet och dess struktur kan det skifta i olika lärarhandledningar. I lärarhandledningar kan mängden av vägledning variera i hänvisningar till lektionens upplägg (Remillard et al., 2014). Enligt Hoelgaard (2015) är lärarhandledningar ofta skrivna till en potentiell läsare där syftet är att antingen *tala till läraren* eller *tala genom läraren*. När lärarhandledningar talar till läraren sker det ofta i form av att ge läraren pedagogiska förklaringar till skillnad från lärarhandledningar som talar genom läraren i form av att indikera vad läraren ska göra eller säga (Remillard et al., 2014). Det går således att utläsa att lärarhandledningarnas texter har en röst som talar till läraren genom att ge instruktioner eller genom att bilda läraren. Remillard et al. (2014) beskriver det som att lärarhandledningarna kan ha *directive guidance* eller *educative guidance* vilket kan översättas som att lärarhandledningarna kan ge *instruerande* eller *bildande* vägledning åt läraren. Davis och Krajcik (2005) problematiserar hur explicita lärarhandledningarna bör vara genom att hänvisa till att lärare kan söka olika former av stöd. En del lärare vänder sig till lärarhandledningarna för att få instruktioner och blir frustrerade om dessa instruktioner ständigt förklaras av läromedelsförfattarna. Andra lärare vill däremot att författarnas resonemang i lärarhandledningen skrivs fram om varför ett förslag ges (Ibid.). Emellertid är det väl känt att lärare påverkas av det inflytande som lärarhandledningarna tenderar att ha över läraren, förklarar Noh och Webb (2015). Vad som avgör hur mycket läraren påverkas av lärarhandledningens inflytande beror på hur mycket läraren använder sig av materialet samt på vilket sätt.

Lärarhandledningar kan innehålla bildande eller instruerande delar för att stödja läraren i sitt utformande av undervisningen. Under rubriken *Teoretiska utgångspunkter* presenteras Remillards et al. (2014) modell över hur man kan uttolka om lärarhandledningarna är av bildande eller instruerande karaktär, modellen används sedan som analysverktyg i vår granskning.

Syfte

Syftet är att undersöka hur läromedelsförfattare vägleder läraren i undervisningen om algebra i läromedel för årskurs 4–6. Ur syftet har följande frågor utkristalliserats:

- Vilket stöd ger lärarhandledningarnas texter till lärare som ska bedriva sin undervisning om algebra?
- På vilket sätt problematiseras likhetstecknet i läromedlen för att skapa en förståelse för variabler?

Teoretisk utgångspunkt

Under den här rubriken kommer vårt analysverktyg samt ett antal nyckelbegrepp att redovisas som har använts för att besvara våra frågeställningar i den kommande analysen såväl som i diskussionen. Vi har valt att använda oss av ett analysverktyg för att belysa den valda forskningsfrågan ur olika perspektiv i vår granskning. Analysverktyget kommer således att användas för att synliggöra vilken form av vägledning som ges åt läraren i undervisningen av algebra genom att dels analysera vad som skrivs fram samt på vilket sätt.

Lärohandledningars stöd

Det analysverktyg som redovisas är Remillards et al. (2014) analyschema som är utformat för att avgöra hur lärohandledningen kan stödja lärare. Vi har gjort en översättning av deras analyschema samt konstruerat en egen modell som vi kommer att utgå ifrån vid vår granskning av lärohandledningarna. Modellen är framtagen för att kunna utläsas på två olika sätt. Den kan avläsas horisontellt för att få reda på vilken form av vägledning som ges samt vilka kategorier som är av den sortens karaktär. Den kan även avläsas vertikalt där kategorierna ger information om vilken vägledning som ges.

Tabell 1: Remillards et.al analyschema över instruerande och bildande vägledning.

	Instruerande	Bildande
Referensinformation	Information ges utan att specificera dess anknytning till lektionen.	
Styrande direktiv	Indikerar vad lärare och elever ska göra eller säga.	
Transparens		Författaren kommunicerar fram sin avsikt och sina beslut om materialets struktur.
Förutseende av elevers tänkande		Författaren redovisar elevers avsedda förståelse, möjliga missuppfattningar samt hur dessa kan bemötas.
Förklaring av matematiska idéer		Förklarar viktiga matematiska koncept, relationer, definitioner, egenskaper samt deras betydelse.
Beslutfattande	Uppmanar läraren till att ta ett beslut.	

Ovanstående tabell omfattar sex punkter som kan indelas i två olika kategorier för att utläsa om lärohandledningarna är av instruerande eller bildande karaktär. Vi förklarar detta mer ingående under rubriken *Läromedlens roll i matematikundervisningen* i forskningsbakgrunden. Emellertid ges nedan en kort förklaring hur vi har tolkat Remillards et al. (2014) analyschema samt hur analysverktyget har använts i vår analys.

Referensinformation innebär att den information som ges om lektionen kan vara mer eller mindre utskriven i lärarhandledningen. Om författarna inte ger underbyggda resonemang om varför information ges har vi valt att tolka det som referensinformation.

Styrande direktiv innebär att författarna indikerar vad läraren ska göra eller säga med få detaljer och en tillhörande förklaring. När författarna endast skriver hur läraren ska göra, säga eller skriva på tavlan utan att det ges rum för läraren att själv ta ett beslut har vi valt att tolka det som styrande direktiv.

Transparens gäller den information som författarna skriver fram som förklarar för läraren om hur materialet är strukturerat, vilka beslut som författarna har tagit samt deras avsikt. Vi har tolkat transparens som när författarna ger en förklaring åt läraren kring materialets uppbyggnad i form av att de beskriver sina val samt motiverar varför valet har gjorts.

Förutseende av elevers tänkande innebär att författaren identifierar kritiska områden och förvarnar läraren genom att synliggöra vad läraren bör leta efter samt vad läraren kan förvänta sig av eleverna. När författarna till lärarhandledningarna har uppmärksammat läraren på vad som kan vara svårt för eleverna och därefter gett en förklaring till hur läraren ska bemöta det har vi valt att tolka det som förutseende av elevers tänkande.

Förklaring av matematiska idéer innebär att författarna förmedlar betydelsefulla matematiska idéer som läraren därefter ska introducera för eleverna. Vid de tillfällen som lärarhandledningarna förklarar för läraren hur eleverna kan tänka genom att förklara matematiska strategier eller lösningar av uppgifter har vi valt att tolka det som förklaringar till matematiska idéer.

Beslutsfattande innebär att lärarhandledningarna kombinerar vägledande direktiv med pedagogisk vägledning för att ge rum för läraren att själv fatta ett beslut. Vi har tolkat den information som författarna ger läraren som beslutsfattande när författarna har förklarat varför något är betydelsefullt för eleven att kunna och därefter uppmanat läraren till att ta ställning och ta ett eget beslut.

Likhetstecknets betydelse

Mot bakgrund av tidigare forskning har tre nyckelbegrepp framträtt och kommer användas som ett ytterligare analysredskap för att besvara den andra frågeställningen.

Likhetstecknet är en betydelsefull matematisk symbol som används för att visa att båda leden om tecknet har ett lika stort värde (Kiselman & Mouwitz, 2008). För att utveckla en förståelse för likhetstecknets betydelse presenteras exempelvis lucktal eller liknande i läroböcker (McNeil et al., 2006).

Variabel är en bokstavssymbol som representerar ett visst värde i en matematikuppgift (Bergsten et al., 1997). Variabeln betecknas vanligtvis som x och ersätter det tomrum som eleverna arbetat med tidigare i läroboken.

Ekvationer innehåller alltid en variabel och ett likhetstecken där syftet är att ta reda på x värde (Willers, 2015). Vid ekvationslösning bibehålls fokus på likhetstecknet för att kunna lösa ut det okända.

Metod

Val av metod

Vi har valt att göra en kvalitativ studie där vår avsikt är att genomföra en innehållsanalys. En kvalitativ innehållsanalys är en analysmetod som används när syftet är att analysera dokument eller texter (Watt Boolsen, 2007). I vårt fall innebär dokument de texter som återfinns i utvalda matematiska läromedel som används i undervisningen. Stukát (2005) menar på att innehållsanalys är synonymt med dokument- eller textanalys. Vi har dock valt att benämna det för innehållsanalys i den här studien.

En kvantitativ innehållsanalys skiljer sig från en kvalitativ innehållsanalys i form av att texterna tolkas och kategoriseras för att därefter mäta förekomsterna kvantitativt i den text som analyseras (Watt Boolsen, 2007; Esiasson, Gilljam, Oscarsson, Towns & Wängnerud, 2017). En kombination av att använda kvalitativa och kvantitativa metoder kan enligt Larsen (2009) vara en fördel. Exempelvis skulle en innehållsanalys av kvalitativ och kvantitativ karaktär kunnats användas för att mäta förekomsten av ett visst begrepp i de texter som analyseras kvalitativt. Att använda metodtriangulering hade varit en möjlighet om den tid vi fått till vårt förfogande räckt till. Då tiden är begränsad är vårt syfte med studien inte att kvantifiera innehållet utan att endast granska hur lärarhandledningarnas texter vägleder läraren. Utifrån ovanstående argument förefaller inte en kvantitativ innehållsanalys vara lämplig för att uppnå vårt syfte och frågeställning. Esiasson et al. (2017) föreslår att vid en kvalitativ innehållsanalys läser forskaren textens alla delar och tar hänsyn till dess kontext för att ta fram det innehåll som ska analyseras. Vi är av den uppfattningen att en kvalitativ innehållsanalys utifrån Esiasson et al. (2017) är i linje med vårt mål med studien. Vidare föreslår författarna att forskaren kan behöva läsa den utvalda texten intensivt och med hjälp av sina analysverktyg luckra upp textens dolda delar. I vår studie kommer de teoretiska utgångspunkterna att användas som analysverktyg.

Urval

Datainsamling är en del av forskningsprocessen och innebär exempelvis att delar av texter väljs ut och samlas in (Watt Boolsen, 2007). Text som data omfattar alla former av skriven text och vi har i den här studien valt att fokusera på texter som är en del av på förhand utvalda matematiska läromedel. Som tidigare redovisats omfattar läromedel allt material som kan användas i undervisningen. Vi har valt att begränsa vårt material till att endast använda oss av lärarhandledningarna, men läroböckerna har använts som stöd i vår granskning. Vi är medvetna om att vårt val av begränsning kan medföra att intresset för att läsa vår studie minskar, då verksamma lärare möjligtvis söker studier där både lärobok och dess tillhörande lärarhandledning har analyserats. Emellertid gjordes begränsningen för att få en fördjupad kunskap om hur algebra framställs i läromedel för årskurs 4–6. För att få den fördjupade kunskapen som vi söker vände vi oss till lärarhandledningarna för att undersöka hur författarna till läromedlen skriver fram hur lärare ska undervisa om algebra. I läroboken beskrivs inte författarnas avsikt med läromedlet och därför ansåg vi att vår undersökning skulle generera ett mer innehållsrikt resultat.

Vår avsikt var att finna läromedel som angav sig för att vara i enlighet med vår nuvarande läroplan, Lgr 11. Med hänsyn till den avsatta tiden för studien var det rimligt att endast analysera två olika läromedel. Däremot kan det resultera i att vår studie inte är lika aktuell då lärare använder sig av olika läromedel i matematikundervisningen, vilket kan vara ett material som vi inte har berört i den här studien. Vårt val blev således ett tillgänglighetsurval då vi först besökte Högskolan Västs bibliotek för att undersöka deras utbud av läromedel. Deras utbud var

bristfälligt gällande läromedel som skulle uppfylla våra krav och som fanns tillgängliga på biblioteket. På grund av situationen kontaktades verksamma lärare och en av lärarna kunde låna ut sina egna exemplar av Mattegruvan och Mattespanarna. Däremot fick vi bara tillgång till A-böckerna i Mattespanarna och av biblioteket på Högsolan Väst blev vi hänvisade att fjärrlåna från Libris internetsida. Vi lyckades inte få tillgång till en hel serie och därför kontaktades det förlag som ansvarade för utgivningen av Mattespanarna och vi fick de återstående böckerna skickade till oss.

Presentation av de valda läromedlen

Nedan följer en tabell för de lärarhandledningar som har granskats i vår studie. Läroböckerna presenteras inte i tabellen utan i referenslistan då de inte har varit vårt huvudsakliga fokus i analysen.

Tabell 2: Läromedel som har analyserats i studien.

Titel	Läromedel	Årskurs	Författare	Publiceringsår	Förlag	Lgr 11
Mattegruvan Kopparspiran	Lärorhandledning	4	Svensson, Y. & Östergren, G.	2011	Gleerups	Ja
Mattegruvan Silverspiran	Lärorhandledning	5	Svensson, Y. & Östergren, G.	2012	Gleerups	Ja
Mattegruvan Guldspiran	Lärorhandledning	6	Svensson, Y. & Östergren, G.	2013	Gleerups	Ja
Mattespanarna Lärboken	Lärorhandledning	4 A	Hernvald, A., Kryger, G. & Persson, H.	2011	Liber	Ja
Mattespanarna Lärboken	Lärorhandledning	4 B	Hernvald, A., Kryger, G. & Persson, H.	2012	Liber	Ja
Mattespanarna Lärboken	Lärorhandledning	5 A	Hernvald, A., Kryger, G. & Persson, H.	2012	Liber	Ja
Mattespanarna Lärboken	Lärorhandledning	5 B	Hernvald, A., Kryger, G. & Persson, H.	2013	Liber	Ja
Mattespanarna Lärboken	Lärorhandledning	6 A	Hernvald, A., Kryger, G. & Persson, H.	2013	Liber	Ja
Mattespanarna Lärboken	Lärorhandledning	6 B	Hernvald, A., Kryger, G. & Persson, H.	2014	Liber	Ja

För att få en förståelse för de valda läromedel som har analyserats behövs en presentation ges innan resultatet redovisas. Här beskrivs de två läroboksserierna var för sig utifrån lika utgångspunkter, det här upplägget kommer att genomsyra resten av studien. Vi kommer hädanefter att upprätthålla den här strukturen i form av att först introducera *Mattespanarna* och därefter *Mattegruvan*.

Mattespanarna

Den ena läroboksserien som vi har analyserat heter Mattespanarna och är utgiven av förlaget Liber och är skriven av Andreas Hernvald, Gunnar Kryger och Hans Persson. Läroboksserien består sammanlagt av tolv böcker varav sex läroböcker och sex tillhörande lärarhandledningar. Mattespanarna påbörjar varje kapitel med en deckarhistoria som läses av läraren ur en tillhörande spanarbok. Boksserien kombinerar mysterier med matematik. Spanarboken har emellertid inte analyserats i den här studien för att analysen av de två läromedlen ska göras på lika grunder.

Böckerna är anpassade till att användas för årskurs 4-6 där det finns två grundböcker till årskurs 4, 5 och 6. Grundböckerna är indelade i A och B och A-böckerna är tänkta att arbetas med på höstterminen och B-böckerna på vårtterminen. A-böckerna har ett inledande startkapitel där föregående års mål repeteras. Resterande kapitel har istället en startruta med korta uppgifter där de fem första handlar om taluppfattning och de efterföljande berör kapitlets innehåll. På samma sida finns även en ruta med viktiga begrepp som är centrala för det aktuella kapitlet. Alla elever arbetar sedan med grundkursen i kapitlet och gör därefter en diagnos. Diagnosen är uppdelad i två delar för att hjälpa eleverna att avgöra vilket spår de ska fortsätta på. Eleverna gör först A-delen i diagnosen och rättar den tillsammans med läraren, om eleven upplevde att det var svårt hänvisas eleven till spår 1. Om eleven däremot upplevde A-delen i diagnosen som enkel fortsätter eleven med B-delen i diagnosen för att se om eleven ska börja på spår 2 eller 3. Eleverna arbetar vidare på det spår som diagnosen tilldelade dem, om tid finns över får eleverna arbeta med extrauppgifter. Det som skiljer eleverna som räknar på spår 2 och 3 från spår 1 är att eleverna som arbetar på spår 1 får återigen göra en diagnos efter att de är klara med spåret. I slutet av varje lärobok finns läxor till grundkursen såväl som till de olika spåren. Eleverna gör två prov per grundbok som baseras på flera kapitel.

Lärarhandledningen kallas för *Lärboken* och börjar med att redovisa hur läraren kan arbeta med Mattespanarna. Lärboken följer samma upplägg som den lärobok eleverna arbetar med i form av att en liten bild av elevernas uppslag finns att se följt av en utförligare beskrivning åt läraren. Exempelvis ger författarna en förklaring av kapitlets innehåll, hur läraren kan arbeta med kapitlet samt förslag på kopieringsblad som läraren kan använda. Därefter finns en bedömningsmatris med tre olika nivåer. Det som skiljer lärboken för årskurs 4 och 5 med boken i årskurs 6 är att det finns bedömningsstöd i form av matriser, elevexempel samt ett extra kapitel inför de nationella proven.

Mattegruvan

Den andra läroboksserien som vi har analyserat heter Mattegruvan och är utgiven av förlaget Gleerups och skriven av Ylva Svensson och Gunilla Östergren. Den här läroboksserien består av sammanlagt nio böcker varav sex läroböcker för årskurs 4-6 samt tre stycken tillhörande lärarhandledningar. Varje grundbok för år 4, 5 och 6 är indelade i A och B med fem kapitel vardera. Läroböckerna har tilldelats olika namn och där Kopparspiran är för årskurs 4, Silverspiran är för årskurs 5 och Guldspiran är för årskurs 6. Det finns endast tre lärarhandledningar och varje lärarhandledning omfattar en årskurs. Komponenterna i den här läroboksserien erbjuder också flera lösningsstrategier från olika länder samt ordlistor med matematiska begrepp på olika språk. Varje kapitel i lärboken inleds med ett uppslag med en bildsida med mål för kapitlet och en ruta med en matteordlista. I läroboksserien får eleverna följa Theo och Sofia som i Kopparspiran reser runt i Sverige. I Silverspiran reser de i Europa och i Guldspiran besöker de resten av världen. Kapitlet börjar med en grundkurs som alla elever arbetar med fram till diagnosen. Därefter finns några sidor som är uppdelade i halvor, hälften är uppgifter som repeterar grundkursen och den andra hälften är uppgifter som utmanar.

I läroboksserien Mattegruvan finns som tidigare påpekats tre stycken tillhörande lärarhandledningar. De tre lärarhandledningarna har namn efter grundböckerna Kopparspiran, Silverspiran och Guldspiran. Lärarhandledningarna följer elevbäckernas upplägg i form av att det finns en liten bild av elevernas uppslag i lärarhandledningen och därefter följer en utförligare beskrivning för läraren. Det som skrivs fram för läraren är vilka mål det finns för sidan, vilket material och kopieringsunderlag som kan användas samt hur läraren kan arbeta med innehållet. Lärarhandledningarna presenterar även en innehållsmatrix som visar vad och när eleverna kommer att arbeta med ett visst innehåll. I lärarhandledningarna finns läxor för varje kapitel samt kopieringsunderlag som läraren kan använda under pågående arbete. Det som särskiljer lärarhandledningen för årskurs 6 från de andra lärarhandledningarna är att det finns sidor om bedömning och betyg.

Bearbetning av material

I ovanstående avsnitt presenterades de läromedel som analyserats i den här studien. För att avgränsa studien har endast de delar som berör algebraiska uttryck och ekvationer analyserats. Avgränsningen resulterade i att datamängden reducerades till att omfatta det som var relevant för vår frågeställning. Som tidigare nämnt har en kvalitativ innehållsanalys använts för att ordna datamaterialet. Larsen (2009) förklarar att innehållsanalys är ett av det vanligaste angreppssätten som forskaren kan tillämpa för att bearbeta sitt material. Vi kommer här att beskriva vårt tillvägagångssätt som delvis följer Larsens förslag på arbetsgång vid en innehållsanalys.

Först utarbetades det kodningsschema för instruerande och bildande lärarhandledningar utifrån Remillard et al. (2014) analyschema som presenterades i de teoretiska utgångspunkterna. När förarbetet var klart påbörjades analysen och datamaterialet samlades in och lästes flera gånger för att tolkas. Inför läsningen formulerade vi ett antal frågor där vi tog stöd från de frågor som Watt Boosen (2007) föreslår kan användas vid analys av en text. De frågor som vi ställde till materialet var (a) Vad sägs? (b) Varför sägs det? (c) Vilken effekt får det?. Vi kunde med hjälp av frågorna avgöra vilka texter i lärarhandledningarna som berörde algebra och som därmed skulle analyseras. Det gjordes för att dels besvara vad författarna skrev fram om likhetstecknets betydelse samt kategorisera texten för att avgöra vilket stöd som gavs till läraren. Larsen (2009) beskriver att nästa steg i arbetsgången är att koda texterna. Vi kodade texterna med hjälp av lappar i olika kulörer. De sex kategorierna var *referensinformation*, *styrande direktiv*, *transparens*, *förtutseende av elevers tänkande*, *förklaringar av matematiska idéer* och *beslutsfattande*. Varje kategori tilldelades en färg som sedan användes för att markera vart i texten som vilken kategori framträdde. För att testa kodningsschemats tillförlitlighet genomfördes en pilotstudie, vilket innebär att en liten del av materialet analyserades. Pilotstudien gjordes var för sig på de båda lärarhandledningarna för årskurs 4 för att vi ville bli påverkade av varandra. Vi insåg att analyschemat behövde modifieras och därför valde vi att utveckla tabellen med en kolumn för anteckningar (bilaga 1). När våra ändringar var tillfredsställande genomfördes analysen på allt material och även det gjordes var för sig. Vid pilotstudien samt vid den enskilda analysen förde vi anteckningar för att inte påverka varandra, vi satte därför först ut lappar vid sambedömningen. Efter den enskilda analysen av allt material gjordes en gemensam sammanställning som utgjorde grunden för vårt resultat.

Tillförlitlighet

Vad som utmärker en god kvalitativ forskning kan avgöras med hjälp av olika kvalitetskriterier. Björklund och Paulsson (2012) förtydligar att de två aspekterna *reliabilitet* och *validitet* kan användas för att fastställa en studies kvalitet. En kortfattad definition av begreppen är att reliabilitet handlar om tillförlitlighet och validitet handlar om giltighet (Justensen & Mik-Meyer, 2011). Med tillförlitlighet menas det i vilken grad metoderna i undersökningen är beskrivna. Beskrivningen av metoderna ska vara utförligt gjord för att andra forskare ska kunna upprepa undersökningen och få fram ett liknande resultat (Justensen & Mik-Meyer, 2011). För att stärka tillförlitligheten i den här studien har vi gett en utförlig beskrivning samt problematiserat vårt metodval. Vi kan däremot inte uttala oss om vår studie uppnår en fullständig tillförlitlighet då tiden är för knapp för att andra forskare ska kunna upprepa vår studie. Vi vet dessutom inte om andra forskare eventuellt upplever vår beskrivning som kortfattad och därmed finner svårigheter med genomföra en liknande studie.

Giltighet handlar om att studien mäter det som är avsett att mätas (Justensen & Mik-Meyer, 2011; Esaiasson et al., 2017). I den här studien är det framförallt hur väl vårt resultat lyckats besvara de forskningsfrågor som ligger till grund för undersökningen som kan avgöra studiens giltighet. Vår metod är väl anpassad till studiens forskningsfråga då vi kan se att det resultat som studien alstrat kan besvara studiens två frågeställningar. Studiens giltighet är därmed god då studien har mätt det som avseddes att mätas. Vid kvalitativa studier kan det uppstå svårigheter vid generalisering eftersom undersökningarna sällan omfattar ett tillfredställande antal för att det ska vara representativt (Watt Boolsen, 2007). Emellertid är det ett medvetet faktum inom den kvalitativa forskningen, vi har därför tagit hänsyn till studiens *analytiska* generaliserbarhet. Yin (2003) förtydligar att analytisk generaliserbarhet innebär att den egna forskningen jämförs med andra forskares studier inom fältet. Därefter kan slutsatsen dras om det resultat som studien genererat kan ge vägledning för andra. För att stärka den analytiska generaliserbarheten har vi gjort ett försök i att jämföra vår studie med andra forskares studier inom området, men hur väl andra forskare har användning av vår studie kan vi inte veta förrens den har publicerats. Att studien uppnår en hög kvalitet är något att eftersträva som forskare. Vid genomförande av en studie med kvalitativ karaktär är det särskilt betydelsefullt då kvalitén ofta ifrågasätts, förklarar Watt Boolsen (2007). I den här studien har vi därför strävat efter att redovisa våra metodologiska val men även beakta vad som innebär en god vetenskaplig sed.

Etiska ställningstaganden

De forskningsetiska frågorna berör främst de som deltar i forskningen men eftersom att vi i vår studie inte kommer att ha några deltagare så är detta inte något som vi behöver beakta. Syftet med vår studie är att granska innehållet i lärarhandledningar, dessa är offentliga handlingar och faller således inte under de forskningsetiska frågorna. Istället kommer vi att fokusera på forskare etik vilket innebär vårt ansvar gentemot forskningen (Vetenskapsrådet, 2011). Ett av de ansvar vi som forskare har är att tala sanning och ange upphovsman och utförliga källhänvisningar. Genom att göra det kan vi undgå att anklagas för plagiat vilket innebär att forskare presenterar någon annans textavsnitt, resultat, data som sitt eget (Ibid.). Slutligen vill vi framföra att vi inte på något sätt har blivit finansierade av de förlag som har utgett de läromedel som granskats i den här studien. Utifrån att vi har tagit hänsyn till forskare etiken kan vi bibehålla en god vetenskaplig sed.

Resultat

I följande del görs ett försök att besvara våra två frågeställningar;

- Vilket stöd ger lärarhandledningarnas texter till lärare som ska bedriva sin undervisning om algebra?
- På vilket sätt problematiseras likhetstecknet i läromedlen för att skapa en förståelse för variabler?

Det analysverktyg som applicerats på materialet är Remillard's et al. (2014) analyschema om instruerande och bildande vägledning ges i läromedel samt de nyckelbegrepp som presenteras under de teoretiska utgångspunkterna. Vi har valt att redovisa resultatet utifrån de olika kategorierna i analyschemat. Vi har även valt att följa tidigare upplägg där Mattespanarna redovisas först och därefter Mattegruvan. I den här analysen fokuserar vi på det material som läraren erbjuds att använda i undervisningen om algebra. Vi kommer därför även ta hänsyn till eventuella kopieringsunderlag. Däremot har vi valt att utesluta läxor, prov och diagnoser.

Referensinformation

I läroboksserien Mattespanarna ges generellt mycket referensinformation då författarna på ett flertal ställen inte vidareutvecklar sina förslag med fullständiga förklaringar. Det resulterar i att den information som ges inte får en tydlig anknytning till lektionen och informationen upplevs därmed som kontextlös. För att exemplifiera uppmanas läraren på flera ställen att utföra något utan varken ett inledande eller avslutande stycke om varför läraren ska göra det. Det blir därmed upp till läraren själv att tolka och förstå varför det som författarna skriver fram ska göras och hur det hör samman med lektionen. I läroboksserien Mattegruvan finns det mål med vad eleverna ska uppnå på sidan i läroboken. Dessa mål återges för varje sida i lärarhandledningen vilket gör det tydligt för läraren vad målet är med den sidan som eleverna räknar på. Emellertid förklaras inte sambandet mellan det mål som finns på sidan med vad läraren uppmanas till att utföra. Exempelvis ska läraren vid ett tillfälle introducera ekvationer för eleverna och får därmed direktiv om hur det ska genomföras. Det ges en förklaring på sidan om likhetstecknet samt ekvationer men det som är upp till läraren att tolka är hur det hör ihop med målet "talområdet 0-8000". Sammanfattningsvis ges referensinformation i båda läroboksserierna vilket medför att läraren tvingas göra egna tolkningar till möjliga anknytningar då dessa inte specificeras av författarna.

Styrande direktiv

Det framkommer att Mattespanarna överlag använder sig av styrande direktiv när information ges till läraren. Författarna skriver fram i inledningen av alla lärarhandledningarna att *läraren vägleds*. Ord som *Låt*, *Gör*, *Läs*, *Påpeka* etc används genomgående i lärarhandledningarna. Gemensamt för ordvalen är att de indikerar vad lärare och elever ska *göra*. Det går också att finna meningar där författarna skriver fram vägledning till läraren om vad som ska *sägas*. Ett sådant exempel om algebra finns i lärarboken för Mattespanarna 5a där ett förslag ges på hur algebra och bokstavsräkning kan inledas. Läraren uppmanas att ta två påsar och lägga 2 äpplen i den ena påsen och 3 äpplen i den andra, därefter ges följande direktiv;

Fråga sedan eleverna:

- Här har jag två påsar med äpplen. Hur många äpplen har jag i den ena påsen?
- Kan jag skriva att jag har 7 äpplen i påsen? Varför inte?
- Jag har alltså ett okänt antal äpplen. Finns det någon som vet hur man skriver detta matematiskt? (**a** äpplen)
- I den andra påsen finns också **a** st äpplen. Vad kan det betyda?

- Om det istället finns **b** st äpplen i påsen, vad betyder det?
- Hur kan jag uttrycka hur många äpplen jag har sammanlagt? (**a + b**)

(Hernvald, Kryger & Persson, 2012, s.49)

Efter direktiven ges en förklaring om varför det är viktigt att eleverna förstår en bokstav. I citatet ovan ges en utförlig vägledning i tillvägagångssätt såväl som vad läraren kan säga ord för ord. Författarna ger även läraren de rätta svaren för att läraren ska vara förberedd på vad som ska sägas. Exempel som ovan där läraren vägleds i vad som kan sägas i inledningen av en lektion återfinns på flera ställen i läroboken. I läroboken för Mattespanarna 5b repeteras algebra och uttryck. För att eleverna ska bli påmind om att en bokstav kan användas för att beteckna ett okänt tal dirigeras läraren återigen till att använda sig av påsar med olika innehåll. Här ges den vägledande förklaringen för vad läraren ska göra och säga i text och inte mening för mening som i citatet från årskurs 4a.

Läroboksserien Mattespanarna har som tidigare nämnt valt att kombinera mysterier med matematik, i boksserien finns därför uppdrag av olika karaktär. I Mattespanarna 6a finns ett specialuppdrag som läraren kan använda i sin undervisning om algebra. Specialuppdraget finns bland kopieringssidorna med en förklaring som är riktad till läraren. På sidan beskrivs det vad som behövs för att kunna konkretisera ekvationer med tablettaskar samt hur läraren ska gå tillväga stegvis i form av en numrerad lista. Här vägleds läraren i hur uppgiften ska förberedas. På nästföljande sida ges "Tips vid genomförandet" där följande skrivs fram; "Använd lösa tabletter och tablettaskar när du introducerar "bokstavsräkning". Samla eleverna runt ett bord och visa med detta lockande material de grundläggande tankarna om att "det är lika många i varje ask men vi vet inte hur många" och att detta okända i matematiken benämns med en bokstav." (Hernvald, Kryger & Persson, 2013, s.50). Läraren instueras sedan att låta eleverna konstruera egna problem med det laborativa materialet. Författarna föreslår även att en idé är att bygga in fel i ekvationerna som eleverna får lösa genom att äta upp en godis så att ekvationen går att lösa. De vägledande direktiv som anges i specialuppdraget skiljer sig från tidigare exempel. Läraren instrueras först i förberedningarna för att skapa materialet och därefter hur tillvägagångssättet kan gå till. Läraren vägleds således i hur hela uppgiften ska göras, från förberedelse till förväntat resultat. I Mattespanarna förekommer även andra former av styrande direktiv. Vid ett flertal ställen i läroboksserien Mattespanarna ges direktiv åt läraren för att hjälpa elever att förstå något inom algebra.

Om någon elev har svårt att direkt se vad det okända ska vara, visa hur man kan hålla för det okända och säga så här i uppgift 10 a):

$x + 13 = 25$ "Vad ska man addera till 13 för att få 25?"

Om man har mer än ett okänt tal som i 10 c) blir då frågan:

"Vad ska man addera till 8 för att få 18?"

x multipliceras med 2 i 10 d). Hur mycket är då $1 \cdot x$?

(Hernvald, Kryger & Persson, 2013, s.38)

I ovanstående citat talar författarna genom läraren för att inleda ett tankesätt för de elever som har svårt för att övergå till att räkna med bokstäver. Det tankesätt som här presenteras för eleverna är att hålla för x och läraren används här som verktyg för att förklara det för eleverna. Läraren uppmanas att be de elever som tycker det är svårt att sätta fingret över x vid ett flertal gånger i kapitlet samt hur läraren ska förklara för eleverna hur de kan tänka.

Resultatet övergår nu till Mattegruvans lärarhandledningar och hur författarna har gett vägledning till läraren i form av vad som ska göras eller sägas. Följande citat ur Kopparspirans lärarhandledning visar på hur författarna ger instruerande vägledning i form av styrande direktiv "Denna sida förbereder för algebra. Strategin är att eleverna ska börja med det de vet, dvs där det bara finns en bild (symbol) i uppgiften. Gå noga igenom övningsuppgiften överst på sidan och se till att eleverna förstår hur de ska göra." (Svensson & Östergren, 2011, s.105). Genomgående i citatet använder sig författarna av styrande direktiv genom att använda ord som "eleverna ska" "gå noga igenom" "se till" "hur de ska göra" och ordvalen är återkommande igenom hela materialet. I citatet går det även att se hur författarna skriver fram vad eleverna ska göra genom läraren, vilket också är ett tydligt tecken på styrande som vi kan tolka utifrån Remillard et al. (2014). I andra fall ges de styrande direktiven endast i form av vad läraren ska säga och göra, vilket synliggörs i det här citatet "Introducera ekvationer genom att skriva t.ex. $4+x=10$ på stordia. Täck x med en lapp. Fråga eleverna vad som kan finnas där under.". Liknande citat som pekar på vad läraren ska säga eller göra återfinns i lärarhandledningarnas texter. Vid vissa tillfällen i Silverspirans lärarhandledningar ges det till och med instruerande riktlinjer för vad läraren ska skriva på tavlan under lektionen. Exempelvis så här:

Nu prövar vi andra bokstäver och eleverna får vara taldektektiver.

Skriv på talvan t.ex.:

$$75+A=90 \quad A=$$

$$75-15= B-5 \quad B=$$

$$15+5=4C \quad C=$$

$$75/D=12+13 \quad D=$$

(Svensson & Östergren, 2012, s. 131)

Läraren får direktivet att skriva på tavlan under lektionen, men vad man vill skriva får läraren välja själv men det ges exempel på vad man ska skriva. Emellanåt ges det även i Silverspirans lärarhandledning styrande direktiv till vad eleverna ska göra eller som i det här fallet vad eleverna gör, "Eleverna räknar division med ett okänt tal, d.v.s. x samt divisionstal med luckor." (Svensson & Östergren, 2012, s. 154). Det här är även ett exempel på hur författarna kommunicerar genom läraren vad eleverna ska göra. I Guldspirans lärarhandledning använder sig författarna av samma sorts ordval för att visa på styrande direktiv och i vissa fall liknande meningar. Vid ett tillfälle i lärarhandledningen vägleds läraren genom instruktioner om vad som ska göras vid en uppgift med tändsticksaskar för att konkretisera hur eleverna kan skriva uttryck samt hur ekvationerna kan lösas med hjälp av olika räknesätt. Det som resultatet visade på i Guldspirans lärarhandledning var att författarna även formulerar texter och meningar som läraren ska säga i undervisningen. Följande citat åskådliggör detta: "Läs upp följande händelser och låt eleverna välja det algebraiska uttryck som de ringat in och som passar till händelsen. "Storasyster får alltid dubbelt så mycket veckopeng som lillebror" [...]" (Svensson & Östergren, 2013, s.122). Därefter redovisar författarna flera olika händelser som läraren ska läsa upp i undervisningen, vilket också tyder på styrande direktiv. Författarna skriver annars fram liknande meningar med samma ordval för att visa på den instruerande vägledningen till läraren, vilket redan har redovisats.

Transparens

I analysen av materialet uppmärksammades vi på att författarna redovisar sina avsikter och beslut om materialets struktur på de första sidorna i lärarhandledningarna. Informationen upprepades därefter i varje lärarhandledning med ett fåtal ändringar. Det var något som var gemensamt för båda läroboksserierna och vi kommer därför att inte att redovisa en progression i den här delen, däremot kommer de nyanser som visat sig att framföras.

Under rubriken "Presentation av de valda läromedelen" i metoddelen redogjorde vi för den struktur som genomsyrar materialet. I den här delen kommer vi istället att redovisa hur författarna skriver fram sina beslut och bakomliggande avsikter om materialets struktur. Mattespanarna har genom alla sina läroböcker en markant struktur i sitt material. På första sidan i läroböckerna står det att "I Lärarboken finns kapitlets centrala innehåll, kunskapskrav, [...]." (Hernvald et al.). Det ges emellertid ingen förklaring till varför de har valt att strukturera det på följande sätt. I alla läroböcker redovisas de tre delarna *det centrala innehållet*, *kunskapskraven* samt *syftena* från kursplanen för matematik. Därefter skriver Hernvald et al. fram att "I Lärarboken inleder vi varje kapitel med en kunskapsöversikt som är uppbyggd efter denna struktur". Det förklaras därefter i kunskapsöversikten att rubrikerna är förmågorna från Lgr 11 och att i kolumnen finns de olika kunskapskraven utifrån tre nivåer och att det på varje nivå oftast ges ett exempel i form av en uppgift. I kunskapsöversikten redogör författarna för att matrisen kan användas för att utvärdera elevernas kunskapsnivå. Därefter skriver de att huvudrubrikerna i matrisen (förmågorna) är desamma som återfinns i Lgr 11 samt att nivå 1 motsvarar Skolverkets kunskapskrav. Här får läraren en inblick i hur delar av kapitlena hör samman med de nivåer som presenteras i matrisen. Emellertid finns det en del luckor i deras redovisning av materialets struktur som resulterar i att det uppstår en del funderingar. Vi kommer i den här delen endast presentera resultatet och den analys som gjorts. En mer utvecklad dialog om materialets förhållning till Lgr 11 kommer att ske i diskussionen.

När det gäller elevbokens upplägg och struktur ges däremot en tydligare förklaring, även om denna inte är särskilt utförlig. Här motiveras delarna i materialets struktur genom att förklara för läraren den bakomliggande strukturen. Exempelvis motiverar de att de har med viktiga begrepp i varje kapitel för att uppmärksamma läraren samt för att eleven ska utveckla sin förståelse för dessa begrepp för att därefter uttrycka sig matematiskt. Det förklarar också sin avsikt med de olika spåren samt uppdelningen av diagnoserna. Till skillnad från årskurs 4 och 5 i läroboksserien Mattespanarna finns det i årskurs 6 bedömningsstöd för läraren i läroböckerna. Det finns en bedömningsmatris till varje kapitel med förmågorna och betygen från Lgr 11. Författarna tydliggör att de vill ge läraren stöd i bedömningen och att det därför finns i anslutning till varje kapitel med exempel på bedömning av högre och lägre kvaliteter som läraren kan använda sig av. Transparensen är här tydlig då författarna förklarar sin struktur såväl som sin avsikt bakom beslutet.

Resultatet av Mattegruvans lärarhandledning kommer att redovisas nedan. Mattegruvans upplägg är som tidigare nämnt detsamma i varje lärarhandledning, däremot kan innehållet ha förflyttats mellan kapitlena och över årskurserna. Bland de första sidorna i lärarhandledningsserien beskriver författarna arbetsmodellen, vad som erbjuds, hur man arbetar med vissa övningar samt ett stycke om målen för lärarhandledningarna. Därefter ges en översiktlig bild över innehållsmatrisen med de moment som ska genomföras i de olika kapitlen, med tillhörande diagnos, läxor samt kopieringsunderlag. Författarna introducerar sedan innehållsmatrisen i relation till Lgr 11. De förtydligar även i text hur Lgr 11 kopplas till Mattegruvan 4-6 (Svensson & Östergen). Efter innehållsmatrisen kan man se vilka moment som utgår från det centrala innehållet som skrivs fram i Lgr 11. Momenten är sedan omskrivna

till mål för eleverna i deras lärobok. Författarna skriver följande om målen "Dessa mål är få och enkelt skrivna för att eleverna själva ska kunna läsa och förstå dem." (Svensson & Östergren). Däremot argumenterar inte författarna för sin avsikt med varför de har valt att koppla allt sitt material till Lgr 11, vilket tyder på att lärarhandledningarna har låg transparens. I Mattegruvans läroböcker har författarna sedan valt att ha en ruta med elevernas nya matematikord och begrepp som de kommer att möta i kapitlet. Här argumenterar författarna för sin avsikt och syftet med att ha en sådan ruta på en sida vid varje nytt kapitel. Enligt författarna är det viktigt att eleverna är förtrogna med sitt matematiska språk och dessa ord som de lär sig bör sedan ligga i deras ordförråd vid avslutat kapitel. Mattegruvan ger även förslag på många olika aktiviteter i deras lärarhandledningar som ska göras innan grundboken och här argumenterar författarna för varför det är bra med dessa aktiviteter. Däremot lämnar de ingen kommentar på deras avsikt med att ha aktiviteterna innan grundboken.

Förutseende av elevers tänkande

I Mattespanarnas läroboksserie varierar mängden av de förutsägelser som författarna ger i läroböckerna. Resultatet av analysen visade att författarna gör få förutsägelser i läroboken för årskurs 4a och 4b om elevers matematiska förståelse i algebra. Läroboken för årskurs 5a ger däremot fler förutsägelser till läraren. Eleverna skriver i elevboken matematiska uttryck till bilder av brädor. I samband med att variabler inleds i läroboken förutser författarna att läraren kan få frågor av eleverna rörande området. Följande citat är ett exempel på ett utdrag från läroboken i årskurs 5a där en förutsägelse görs samt hur läraren kan bemöta dessa:

Du kan få frågan varför man ska arbeta med bokstäver. Visa det genom att t.ex. rita en bräda och skriva **a** på bredden och **a + a** på längden.

(Hernvald, Kryger & Persson, 2012, s.49)

I samma lärobok kan man också finna att författarna förutser att en del uppgifter kan bli svårare för vissa elever. Författarna väljer då att vägleda läraren med ett exempel på en lösningsmetod, som i detta fall är att pröva sig fram. Det förekommer även förutsägelser på bedömningssidorna i form av att författarna förutser hur eleverna kan svara på utvalda uppgifter samt ger kommentarer på vardera elevsvar som ger läraren en bild om hur man kan tänka kring bedömning. I årskurs 6 läroböcker skriver författarna fram förutsägelser som indikerar på vad eleven kan uppleva är svårt. Detta synliggörs i följande citat "Att teckna en ekvation kan ibland upplevas som svårt för vissa elever." (Hernvald, Kryger & Persson, 2013, s.44). Även efter följande citat fortsätter författarna med ett råd till hur läraren kan vägleda eleverna och även vilka frågor som kan ställas för att få igång elevernas tänkande. På samma sida avslutas stycket med en ytterligare förutsägelse av författarna då de redogör för läraren vad eleverna redan kan tänkas veta. En annan förutsägelse som görs av författarna i läroboken 6a är att de förutsätter att eleverna inte kommer välja vissa typer av tal. Exempel på detta ges i en uppgift där eleverna ska lista ut vad x kan vara för tal, författarna förutspår att möjligheten är större att eleverna väljer ett heltal istället för ett decimaltal. Om någon elev händelsevis skulle välja ett decimaltal instrueras läraren att bemöta detta med acceptans. Ytterligare förutser författarna att eleverna på spår 1 kan tänkas behöva en upprepning av ett visst tankesätt och följer upp med frågor som läraren kan ställa för att leda in eleven på rätt tankesätt. Citatet nedan visar på den ovannämnda förutsägelsen:

Eleverna kan behöva en upprepning av tankesättet "Vad skulle du göra om du visste talen?" Som vi nämnde tidigare. Vilket räknesätt skulle de använda om de visste talen? Hur skulle beräkningen se ut?

(Hernvald, Kryger & Persson, 2013, s.24)

En sista variant av förutsägelse som författarna gör i läroboksserien Mattespanarna är när de beskriver för läraren vad eleven kommer att säga eller vilka svar läraren kan förvänta sig. Vid följande förutsägelse så följer inte författarna upp med någon kommentar eller tips utan beskriver endast förutsägelsen. Resultatet övergår här till läroboksserien Mattegruvan. Vi kommer även här redovisa hur författarna ger bildande vägledning till lärarna i form av att förutse elevers tänkande. Rent generellt visade resultatet att författarna under ett fåtal sidor i lärarhandledningarna Mattegruvan har förmedlat sina egna förutsägelser av hur elever tänker till läraren. Nedan redovisas texturval ur lärarhandledningarna gällande algebra. Författarna i Kopparspiran gör en förutsägelse då de i lärarhandledningarna frågar läraren om eleverna har löst uppgiften på ett visst sätt. De kan exempelvis skriva "Använder sig någon av sambandet om $_ - 4 = 6$ är $6 + 4 = _$?" (Svensson & Östergren, 2011, s.43). Den här formen av citat återfinns i Kopparspirans lärarhandledning och författarna skriver även fram efter citaten hur viktigt det är att kunna sådana samband då det förbereder för algebra och lösning av ekvationer. Ett annat exempel på författarnas förutsägelser är att de förutser när eleverna är redo för ett nytt moment. Följande citat visar ovanstående förutsägelse:

Låt eleverna angripa uppgifterna utifrån balansvågen. De ska jämföra uttrycken på båda sidor om likhetstecknet och se till att det 'väger jämt'. Därmed kan de också beräkna sina första ekvationer.

(Svensson & Östergren, 2011, s.92)

Som tidigare nämnt är detta ett exempel på en förutsägelse som görs av författarna och de fullföljer även med att förklara att lucktalen kommer att ersättas med variabeln x för att förbereda eleverna på ekvationer. I Silverspiran återfinns inte lika många förutsägelser som berör algebra. Det som är nämnvärt är när författarna förutser vad eleverna redan vet. Det påvisas i följande citat "Jämför uttrycken med öppna utsagor som eleverna är väl bekanta med." (Svensson & Östergren, 2012, s.114). Här ger författarna läraren en påminnelse att synliggöra elevers förkunskaper för att kunna lösa uppgifterna. Förutsägelser som kan hittas i Guldspiran är exempelvis "Nu är de vana vid det", vilket är en likande förutsägelse som redovisades ovan. Författarna utvecklar därefter uppgifterna och problemen till algebraiska uttryck för att eleverna ska ges möjlighet att tillämpa sina förkunskaper. Precis som tidigare lärarhandledningar redovisar även författarna i Guldspiran förutsägelser på hur elever kan ha tänkt och ger ytterligare råd om hur läraren kan arbeta med det.

Förklaring av matematiska idéer

I Mattespanarna går det inte att utläsa någon tydlig struktur över när förklaringar ges utan det sker sporadiskt och varierar i omfång i läroböckerna för de olika årskurserna. För att exemplifiera ges få förklaringar i läroböckerna för årskurs 4a, däremot ges det några fler i årskurs 5a och 5b och i läroboken för årskurs 6a och 6b ges det flest förklaringar. Vi börjar med att redogöra för de förklaringar som ges i årskurs 4. I läroboken för årskurs 4a i Mattespanarna ges följande förklaring för likhetstecknets betydelse: "Vi vill poängtera vikten av att se likhetstecknet som *lika mycket på båda sidorna* och inte en beräkning som blir ett svar." (Hernvald, Kryger & Persson, 2011, s.28). Att värdet alltid ska vara lika stort på båda sidor om likhetstecknet är något som författarna poängterar är viktigt på ett flertal ställen i läroboken för årskurs 4a. Det framförs som en påminnelse till läraren då eleverna i läroboken återigen ska bekanta sig med likhetstecknet och dess betydelse. I läroboken konkretiseras likhetstecknet för eleverna i form av en gungbräda som ska uppnå jämvikt. I samband med att författarna skriver fram likhetstecknets betydelse ges även material att använda i

undervisningen. I kopieringsunderlaget 2.2 i läroboken för årskurs 4a ges återigen en förklaring för likhetstecknets betydelse. Betydelsen som beskrivs är densamma, men i kopieringsunderlaget har författarna här istället valt att konkretisera med hjälp av pengar. I årskurs 5a i Mattespanarna introduceras eleverna för begreppet algebra och i lärarhandledningen ges en förklaring av variabler.

Det är viktigt att eleverna förstår att en bokstav symboliserar ett visst tal som vi ännu inte känner till. Alla tal med samma bokstavsbezeichnung är lika mycket värda i samma uppgift. Däremot kan t.ex. **a** betyda något helt annat i en annan uppgift.

(Hernvald, Kryger & Persson, 2012, s.49)

Förklaringen som ges till läraren i läroboken presenteras på ett liknande sätt för eleverna i läroboken, men återigen med en konkretisering som här är i form av påsar. Att arbeta med algebra, räkning med bokstäver, utvecklas sedan till att eleverna ska arbeta med förenkling av algebraiska uttryck. Den förklaring som presenterades i citatet utvecklas ytterligare längre fram i kapitlet för eleverna som räknar på spår 1 i 5a. I läroboken ger författarna en vidare förklaring om algebraiska uttryck och att räkna med ett okänt tal. I förklaringen som ges till läraren skrivs det fram vikten av att eleverna förstår att **a** representerar ett okänt tal och det alltid har samma värde i samma uppgift.

I läroboken för årskurs 5b i Mattespanarna skiljer författarna på begreppen uttryck och ekvationer. Författarna skriver fram att i ett uttryck kan bokstäver representera ett okänt tal som är oberoende av dess kontext till skillnad från en ekvation där det okända talet har ett förbestämt värde som ska räknas ut. Eleverna introduceras ännu inte för någon lösningsmetod för ekvationer utan författarna uppmanar eleverna till att gissa sig fram till rätt svar. För att eleverna ska utveckla en förståelse för vad som skiljer algebraiska uttryck från ekvationslösning har författarna valt att strukturera läroboken så att eleverna först arbetar med uttryck för att sedan övergå i ekvationslösningar. I läroboken hänvisar författarna till vad eleverna har arbetat med tidigare i läroböcker och påvisa sambandet för läraren. Den förklaring som ges uttrycks i följande citat;

Du kan jämföra ekvationen $a + 12 = 18$ med prealgebra uppgiften $\square + 12 = 18$ som de löst tidigare. Skillnaden är bara att vi ersätter den tomma rutan med en bokstav, men vi kan tänka på samma sätt.

(Hernvald, Kryger & Persson, 2013, s.27)

Författarna förklarar återigen i läroboken för årskurs 6a skillnaden mellan algebraiska uttryck och ekvationer. Här trycker de på att i en ekvation finns ett likhetstecken som indikerar att det måste vara lika mycket på båda sidorna medan det i ett uttryck inte finns något likhetstecken utan endast variabler. Även i läroboken för eleverna skriver författarna fram att eleverna bör kunna skilja de tre begreppen variabel, uttryck och ekvation åt. Förklaringen till eleverna ges i en ruta tillsammans med exempel för att påvisa skillnaden för eleverna. Vidare synliggör författarna för eleverna hur addition och subtraktion hör ihop och hur sambandet kan utnyttjas för att lösa ut det okända talet i en ekvation. För läraren ges en mer utförlig beskrivning av den förklaring som ges till eleverna genom att exemplifiera med den kommunikativa- och associativa lagen. Dessutom hänvisas läraren till att använda kopieringsunderlaget 2.1 i läroboken för årskurs 6a för att utveckla elevernas förståelse. Det ges på nytt en beskrivning till eleverna om hur de kan tänka vid ekvationslösning och användningen av sambandet mellan addition och subtraktion. Under rubriken "Styrande direktiv" beskrev vi det specialuppdrag som

läraren kan genomföra för att konkretisera ekvationer för eleverna. I kopieringsunderlaget finns rubriken "Förklaring" åt läraren där en förklaring ges av algebra och begreppets historiska utveckling. Vidare förklaras ekvationer på följande sätt för läraren i lärarboken för Mattespanarna 6a;

Ordet *ekvation* betyder likhet, och för att lösa en ekvation bestämmer man det okända värdet av t.ex. x . Gör man detta på rätt sätt, är det som står på vänster och höger sida om likhetstecknet lika.

(Hernvald, Kryger & Persson, 2013, s.50)

I ovanstående citat ges ett exempel på hur författarna ger matematiska förklaringar. De betonar återigen likhetstecknets betydelse men här påvisas istället betydelsen av likhetstecknet i samband med ekvationslösning.

Vi går nu över till att presentera resultatet om hur författarna i läroboksserien Mattegruvan kommunicerar fram matematiska förklaringar av matematiska idéer. I läroboksserien ges emellanåt förklaringar till matematiska idéer som berör området algebra. I Kopparspiran grundbok A möter eleverna för första gången variabeln x i en utmanuppgift i kapitel 1. I lärarhandledningen för Kopparspiran förklaras det av författarna att de öppna utsagorna som tecknas med en tom skrivlinje ersätts nu med en variabel. Längre fram i elevboken fortsätter emellertid författarna att använda sig av öppna utsagor. Ett förtydligande av öppna utsagor återges i lärarhandledningen där författarna menar på att öppna utsagor kan liknas vid en tom skrivlinje. Därefter fortsätter författarna med att förklara att dessa utsagor skapar förståelse för ett obekant tal vilket är förberedande för algebra och ekvationslösning. Författarna skriver fram att en annan grundläggande del för att utveckla en förståelse för algebra och ekvationslösning är likhetstecknets betydelse. I lärarhandledningen för Kopparspiran förklaras det på följande sätt:

Det är väldigt viktigt att eleverna förstår detta. Det förekommer att elever tror att likhetstecknet motsvarar "blir". Jämför likhetstecknet med en balansvåg. Det måste finnas lika mycket på varje sida.

(Svensson & Östergren, 2011, s.56)

Denna förklaring ges på fler ställen i lärarhandledningen och författarna är då noga med att förtydliga att ingenting blir lika, utan att det är lika. I Silverspirans grundbok har de tomma linjerna som återfanns i Kopparspiran ersatts med olika symboler. De symboler som eleverna möter i läroboken är exempelvis hjärtan, stjärnor samt olika geometriska former. I Silverspirans lärarhandledning förklarar de att eleverna övas i att lösa problem med dessa symboler och att uppgifterna av den här karaktären kallas för *pre-algebra*. Pre-algebra uppgifterna är en förberedelse för ekvationslösning förklarar författarna och förtydligar med följande citat: "Symbolerna symboliserar olika tal. Eleverna ska räkna ut vilket värde de olika symbolerna har. De kan göra detta genom att pröva sig fram." (Svensson & Östergren, 2012, s.108). I ett kapitel längre fram i läroboken Silverspiran får eleverna återigen bekanta sig med variabeln x . I lärarhandledningen påminns läraren om att eleverna har räknat med x tidigare i samband med att en förklaring ges. Författarna skriver fram att "Algebra kan också vara att bokstäver är symboler som representerar givna värden" (Svensson & Östergren, 2012, s.130). På en av de efterföljande sidorna i Silverspirans lärarhandledning återkommer likhetstecknets betydelse och författarna återgår till att använda sig av liknelsen där likhetstecknet framställs som en balansvåg. I lärarhandledningen kan man se ett uppslag av elevboken där det finns en våg med

ett visst antal äpplen på högra sidan och på den vänstra sidan är det tre äpplen och en påse med ett okänt antal äpplen. Då vågen väger jämt kan eleverna räkna sig till hur många äpplen påsen innehåller. För att teckna det okända antalet äpplen i påsen kan läraren använda antingen öppna utsagor eller variabeln x (Svensson & Östergren, 2012, s.134). I Guldspiran ger författarna en förklaring om att en bokstav är en variabel som representerar ett okänt tal. Svensson och Östergren (2013) fortsätter med att beskriva för läraren att variabelns okända värde kan räknas ut i en ekvation. En ekvation har till skillnad från ett algebraiskt uttryck ett likhetstecken som skiljer de två leden åt.

Beslutsfattande

Vid de tillfällen som läraren uppmanas till att ta ett beslut i lärarytelsen för Mattespanarna sker det ofta i anknytning till när författarna indikerar vad läraren ska göra. För att förtydliga finns det en rubrik i de inledande sidorna samt i varje kapitel som heter "Så här kan du arbeta med Mattespanarna" samt "Så här kan du börja med kapitlet". Dessa rubriker kan ses som ett förslag där läraren själv får ta beslutet om de vill arbeta likt författarna föreslår. Under rubriken ges sedan förslag som indikerar vad läraren ska göra.

I lärarytelsen för årskurs 4a och 4b i Mattespanarna ges det få tillfällen för läraren att ta egna beslut utöver ovanstående redogörelser. I årskurs 5 däremot återfinns fler tillfällen där författarna uppmanar läraren till att ta ett beslut. Emellertid sker beslutet även här i anknytning till styrande direktiv. Under rubriken "Styrande direktiv" gavs ett exempel på en uppgift som läraren kunde inleda lektionen med. I lärarytelsen för Mattespanarna 5a står det att konkretiseringen av algebra med hjälp av påsar och äpplen är ett "Förslag på start". Däremot är det som ovan antytt mestadels styrande bortsett från att läraren "naturligtvis kan ha annat än äpplen" i konkretiseringen (Hernvald, Kryger & Persson, 2012, s.49). I Mattespanarna för årskurs 6 finns ytterligare exempel på när läraren uppmanas att göra, skriva eller säga något som sedan mynnar ut i ett begränsat beslut. Det framkommer exempelvis att författarna skriver fram hur läraren ska göra något, men det förtydligas att det är ett exempel från författarna genom att de skriver "t.ex.". Läraren måste således inte skriva det som författarna ger förslag på och därmed ges läraren rum för att ta ett beslut. I lärarytelsen för årskurs 6b uppmanar författarna läraren att ta ett beslut på ett mer tydligt sätt än vad som tidigare har redovisats. Uppmaningen sker i samband med att författarna förklarar att många elever kan uppleva svårigheter i att teckna ett uttryck, författarna presenterar därefter ett sätt att tänka genom att skriva fram vad läraren kan säga och göra. Därefter säger de "Gå igenom på det sättet om du tror att dina elever kan behöva det" (Hernvald, Kryger & Persson, 2014, s.23). Läraren får först insikt i vad som kan upplevas som svårt, vad som kan göras och får därefter själv besluta om eleverna behöver det. Även om få tillfällen ges där läraren uppmanas till att ta ett beslut ges förslag där läraren själv får välja. Vid dessa tillfällen används ord som "kan" eller "t.ex" vilket gör att det kan ses som ett förslag men att läraren själv får välja om de vill följa författarna förslag eller inte.

I Mattegruvans lärarytelse ges det få tillfällen där författarna uppmanar läraren till att ta ett beslut. När det sker uppmanar författarna för läroboksserien Mattegruvan läraren till att ta beslut i form av att de skriver ord som "kan". Detta exemplifieras i följande citat "De elever som har klarat det diagnostiska provet kan gå vidare till de utmanarsidor som avslutar kapitlet." (Svensson & Östergren). I citatet uppmanar författarna att läraren här kan ta ett beslut och välja vad eleverna kan göra efter avslutad diagnos. Liknande meningar som berör algebra återkommer i Kopparspirans lärarytelse och författarna använder sig av "kan" i alla meningar, för att ge utrymme för läraren att ta ett eget beslut gällande undervisningen. I Silverspiran finns det ytterligare meningar där författarna uppmanar läraren att ta ett beslut. Oftast börjar meningarna med "De kan" "Eleverna kan" "Här kan eleverna"(Svensson &

Östergren, 2012). I vissa fall ges det även utrymme för beslut som läraren ska ta om sig själv. Ett exempel på det är när författarna skriver följande "Man kan i detta sammanhang nämna att en av våra räknelagar säger att [...]" (Svensson & Östergren, 2012, s.109). Här uppmanar författarna att läraren kan besluta om man vill nämna det eller inte för eleverna. Som tidigare redovisat under *Styrande direktiv* har författarna gett instruerande riktlinjer till vad läraren till och med ska skriva på talvan under lektionen. I uppmaningen ges även utrymme för läraren att ta beslutet att skriva de tal som uppges, för när författarna skriver "Skriv på tavlan t.ex.: [...]" ger de delvis läraren möjligheten att få ta beslutet om man ska skriva de tal som ges som exempel eller hitta på egna. Guldspiran är inget undantag utan där återges liknande meningar som tidigare påpekats.

Sammanfattning av analysen

I ovanstående del presenterades resultatet utifrån den analys som har genomförts med hjälp av vårt analysverktyg. Vi använde oss av Remillards et al. (2014) analyschema för instruerande och bildande lärarhandledningar för att analysera vårt resultat. Det blev därmed logiskt att presentera och sammanfatta resultatet utifrån de kategorier som återfinns i analyschemat.

Referensinformation

Den informationen som ges om lektionerna i läromedlet Mattespanarna skrivs generellt inte ut i form av underbyggda resonemang, vilket medför att det finns förhållandevis mycket referensinformation i läroböckerna. Författarna lämnar därmed mycket osagt och det blir upp till läraren att tolka varför läraren uppmanas till att göra eller säga något under lektionen. Författarna i läroboksserien Mattegruvan ger relativt lite referensinformation, då de i lärarhandledningen skriver fram vad målet med varje lärobokssida är. Däremot förklarar inte författarna vad sambandet mellan målet och det läraren uppmanas till att göra är. Det blir således upp till läraren att göra egna tolkningar om anknytningen mellan målen och syftet med utförandet.

Styrande direktiv

Författarna till Mattespanarna vägleder delvis läraren genom att ge styrande direktiv, men det finns en nyansering i hur direktiven ges genom läroböckerna. Exempelvis kan de styrande direktiven ges för att vägleda vad läraren kan säga ord för ord eller så ges det i punktform där läraren får en uppskattning om vad som bör sägas. Vid andra tillfällen använder författarna läraren som förmedlare för att få fram vad det som de vill ha sagt. Det sker ofta i samband med att författarna vill presentera en ny strategi som ska användas av eleverna. De styrande direktiven kan även ske stegvis för att vägleda läraren från början till slut. Författarna i Mattegruvans lärarhandledningar talar inte bara om för läraren och eleverna vad som ska sägas utan även vad som ska göras. I vissa fall talar även författarna om vad eleverna ska göra genom läraren. Båda fallen visar på att styrande direktiv ges i lärarhandledningarna för Mattegruvan. Stundtals kan läraren få instruerande riktlinjer i form av vad som ska skrivas på tavlan och i samband med det ges ibland läraren inte ens möjligheten att välja själv vad som ska skrivas. Det finns ett flertal ställen i Mattegruvans lärarhandledning där författarna ger instruerande vägledning med direktiv som ges på olika sätt.

Transparens

Graden av transparens varierar i läroböckerna för Mattespanarna då författarna ibland talar om i klartext hur materialet är strukturerat och deras avsikt medan de på andra ställen inte är lika tydliga. Otydligheten sker främst i deras redogörelse för hur författarna har valt att förhålla sig till de nationella styrdokumentet. Mattegruvans lärarhandledningar har samma upplägg men innehållet kan däremot ha flyttats emellan åren. Författarna presenterar bland de första sidorna

i lärarhandledningarna bokens upplägg och läraren erbjuds en förklaring om hur boken kan arbetas med. Eftersom att Mattegruvan är utgiven efter Lgr 11 förtydligar författarna hur den nya läroplanen kopplas till Mattegruvans material. Dock argumenterar inte författarna för sin avsikt med att koppla allt till läroplanen. I ett annat fall gällande elevernas nya matematikord, som eleverna stöter på i varje kapitel, förklarar författarna för sin avsikt och syfte med orden. Författarna för lärarhandledningarna argumenterar sålunda ibland för sina avsikter med materialet och ibland inte.

Förutseende av elevers tänkande

Mängden av förutsägelser varierar genom läroböckerna för Mattespanarna då det sker en ökning i takt med läsningen av varje lärobok. Vid de tillfällen som författarna förutseer elevernas tänkande ges det ibland även vägledning hur läraren kan möta elevernas möjliga missuppfattningar. I årskurs 6 utvecklas detta ytterligare i och med de bedömningssidor som finns i läroböckerna. Läraren får där även exempel på elevsvar av olika kvalitéer samt stöd i hur läraren kan tänka vid bedömning av elevernas förmågor. Författarna för Mattegruvans lärarhandledning har under ett fåtal sidor kommunicerat fram förutsägelser av elevers tänkande. Däremot har förutsägelseerna formulerats på skilda sätt av författarna. I vissa fall har författarna valt att skriva fram till läraren, genom en retorisk fråga, om eleverna har löst uppgiften på ett visst sätt. Andra nämnvärda fall är när författarna förutser vad eleverna redan vet och det blir som en påminnelse för läraren om elevernas förkunskaper. I andra exempel förutser författarna i Mattegruvans lärarhandledningar att eleverna tycks vara redo för ett nytt moment, vilket i sin tur avslutas med en förklaring av författarna gällande övergången. Slutligen förutser även författarna ibland elevernas tänkande.

Förklaring av matematiska idéer

I läroböckerna för Mattespanarna ges förhållandevis mycket förklaringar till läraren om matematiska definitioner, koncept och relationer av algebraisk karaktär. Exempelvis ges det förklaringar till läraren om definitionen av likhetstecknet samt hur eleverna ska tänka för att förstå likhetstecknets betydande del i lösningar av ekvationer. I läroboksserien Mattegruvan ges det emellanåt matematiska förklaringar av författarna till läraren. Författarna ger exempel på matematiska förklaringar gällande algebra genom alla lärarhandledningarna och förklaringarna utvecklas tillsammans med området. I Mattegruvans första lärarhandledning förklarar författarna hur likhetstecknets betydelse ligger till grund för obekanta tal i algebra och ekvationslösning och hur detta exemplifieras med en tom skrivlinje. I lärarhandledningen Silverspiran ges förklaringen till variabelernas ersättning av den tomma skrivlinjen till läraren. Likaså fortskrider författarnas förklaringar i Guldspirans lärarhandledning för att skapa en förståelse hos eleverna för algebra och ekvationslösning.

Beslutsfattande

När det gäller beslutsfattande är det sällan som författarna förmedlar en tydlig uppmaning om att läraren ska ta ett beslut. Författarna använder sig av begrepp som "kan" vilket indikerar på att det är ett förslag från författaren som läraren kan välja att följa. Emellertid ges dessa förslag oftast i samband med styrande direktiv där instruktioner sedan ges i form av vad läraren ska säga eller göra. Det ges få tillfällen för läraren att ta ett beslut i läroboksserien Mattegruvan. När författarna skriver ordet "kan" uppmanar de läraren till att ta ett beslut gällande lektionen. När läraren ges tillfället att ta ett beslut fullföljer däremot författarna med ett styrande direktiv, detta innebär att när läraren gjort sitt beslut övergår det till att författarna bestämmer vad som ska göras eller sägas.

Diskussion

I den här avslutande delen förs en diskussion kring det resultat som studien har alstrat. Därefter kommer vi att fastställa huruvida vi har fått svar på våra frågeställningar eller ej samt problematisera vårt resultat i ljuset av tidigare forskning. Slutligen ges förslag på vidare forskningar utifrån de frågor som har väckts under studiens gång. Det är således viktigt att påpeka att en undersökning av författarnas vägledning till läraren inte har gjorts på hela materialet, det hade uppenbarligen gett ett mer representativt resultat för läromedlen om det hade gjorts.

Lärohandledningarnas vägledning i algebraundervisningen

En analys av läromedelsserierna Mattespanarna och Mattegruvan visar att författarna till de båda materialen främst stödjer läraren i undervisningen av algebra genom att ge vägledning av instruerande och bildande karaktär. Det kan därmed konstateras att båda läromedlen är förhållandevis balanserade, med en viss variation mellan de två materialen. I Remillard et al. (2014) undersökning framkom det ur resultatet att en balanserad vägledning var tämligen vanlig bland svenska läromedel, vilket överensstämmer med resultatet från vår studie. En tänkbar förklaring till varför svenska läromedel ger en balanserad vägledning till läraren kan bero på att lärohandledningar kan utgöra ett av de material som används för lärares kompetensutveckling, förklarar Ahl et al. (2015). Vi kan se fördelarna med att lärohandledningar innehåller bildande inslag då läraren kan ha stor hjälp av att en förklaring ges i samband med introduktion av ett nytt område samt att läraren uppmärksammas på möjliga kritiska områden för elevers förståelse. Lärares utbildning består vanligtvis av en fyraårig kandidatexamen och enligt TIMSS (2012) arbetar svenska matematiklärare med yrket i flera år. Förutsatt att lärarna inte genomför någon form av kompetensutveckling, som matematiklyftet, efter avslutad läroutbildning kan lärare därmed behöva förnya sina kunskaper. Vårt resultat visar att båda läromedlen innehåller mycket förklaringar om viktiga matematiska idéer inom området algebra. Det går således att tolka som att läromedelsförfattarna tror att läraren är i behov av att få dessa matematiska förklaringar. Remillard (2005) samt Davis och Krajcik (2005) betonar att vad som är utmärkande för bildande läromedel är att de förmedlar matematiska idéer, pedagogiska strategier samt elevsvar till läraren. Vi kan efter avslutad studie fastslå att Mattespanarna innehåller samtliga kriterier för bildande läromedel medan Mattegruvan endast uppfyller två av kriterierna. För att läromedlen ska ha potentialen att stödja läraren i undervisningen bör alla tre kriterierna uppfyllas, enligt Davis och Krajcik (2005). Vi är eniga med Davis och Krajcik då vi kan se att Mattegruvan inte kan utgöra ett lika stort stöd för läraren då det sällan ges bildande vägledning i form av att läraren får till sig hur de ska bemöta elevernas eventuella missuppfattningar. Emellertid kan Mattegruvans utelämnande av förslag på hur läraren ska möta eleverns eventuella missuppfattningar förklaras med att läromedelsförfattarna tror att läraren har kunskap om hur eleverns missuppfattningar kan bemötas och förhindras.

En annan problematik som Davis och Krajcik (2005) lyfter är att även om läromedel har en full potential i att stödja läraren kvarstår yttre faktorer som kan påverka att läraren inte läser materialet. Vi ser här likt Davis och Krajcik (2005) ett problem då vår erfarenhet är att det ofta finns ett exemplar för flera lärare att dela på samt att lärare ska ha tid att läsa lärohandledningen. Det blir således meningslöst med ett välutvecklat material om ingen har varken tillgång till medlet eller möjlighet att läsa det. En ytterligare aspekt som är viktigt att problematisera är att det inte längre finns kvar någon nämnd som inspekterar läromedel på en nationell nivå i Sverige. Killhamn och Hillman (2014) samt Skolinspektionen (2009) förtydligar att det har blivit lärarens ansvar att kritiskt granska läromedlen innan de används i undervisningen. Här kan vi se en problematik med att lärarna ska granska materialet då vi

tidigare har tryckt på att lärare har ont om tid att läsa lärarhandledningen. Forskning visar att lärare tenderar att välja de läromedel som är efterfrågat på marknaden vilket kan bero på ett flertal orsaker enligt Johansson (2006). En av orsakerna till att utbudet av läromedel minskar grundas i ekonomiska intressen samt att läromedelsförfattare och förlag utformar läromedel som uppfyller lärares önskemål och förväntningar. Något som efterfrågas hos lärare är att läromedlen är i enlighet med den nuvarande läroplanen Lgr 11, vilket både Mattespanarna och Mattegruvan utger sig för att vara. Vårt resultat av studien visar att det finns en nyansering i hur läromedlen förhåller sig till de nationella styrdokumentet. När det gäller Mattegruvan finns en förhållandevis tydlig bild av materialets anknytning till Lgr 11 i form av tydliga hänvisningar till läroplanen samt hur det har tolkats i materialet. Trots materialets redogörelse för upplägget saknar vi sidhänvisningar till det exakta uppslaget, då materialets nuvarande utformning medför att läraren måste genomsöka kapitlet och tolka vart innehållet behandlas. Vid en första anblick har läromedlet Mattespanarna en synlig koppling till Lgr 11, men vid en närmare läsning av materialet uppstår en del funderingar. Att författarna använder sig av signifikanta begrepp från läroplanen som *centralt innehåll* och *kunskapskrav* i samband med kapitlet skapar en viss förvirring för oss som blivande lärare då det inte är framskrivet hur dessa begrepp är tänkta att tolkas. Vi ser här en problematik med att författarna inte har redogjort för sina avsikter och förtydligat för läraren om de har valt att efterfölja strukturen från läroplanen eller om innehållet är detsamma. Det framkommer att förmågorna är de som återfinns i läroplanen, men beträffande de resterande delarna kvarstår en oklarhet. Å ena sidan är det viktigt att påpeka att läromedelsförfattare och förlag inte är förpliktade att utforma sitt material utifrån läroplanen (Johansson, 2006). Å andra sidan anser vi att det borde finnas ett krav på läromedelsförfattare att de utformar sitt material efter de nationella styrdokumentet. Det är en nödvändighet då forskning visar att läromedelsstyrd undervisning dominerar i svenska matematikklassrum.

Det finns som tidigare påpekats inte någon nämnd som granskar läromedlen vilket kan resultera i att läromedlen präglas av den syn på matematik som hos de som har framställt materialet. Remillard (2005) framhåller att läromedelsförfattare kan genom att styra lärarens handlingar implicit kommunicera fram sin syn på matematik via läraren. Vi kan utifrån Remillards resonemang konstatera att läromedelsförfattarna i båda läromedlen använder sig av läraren för att kommunicera fram sitt synsätt, men i olika utsträckning. I Mattespanarna har vi i resultatet synliggjort att författarna använde sig av kronologiskt styrande direktiv såväl som färdiga repliker åt läraren att iscensätta. Hoelgaard (2015) framhäver likt vi har sett i Mattespanarna att lärarhandledningarnas texter kan tala genom läraren. Vidare förtydligar hon att det sker i detalj för att beskriva hur något ska genomföras i kronologisk ordning eller ge instruktioner till vad läraren kan säga i form av meningar som kan citeras. Vid de tillfällen som författarna i läromedlet Mattegruvan kommunicerar till läraren genom att ge instruerande vägledning sker det i textform. En ny fråga som växer fram utifrån ovanstående redogörelser är om läromedlen innehåller styrande direktiv för att läromedelsförfattarna tror att läraren behöver tydliga anvisningar? Davis och Krajcik (2005) betonar att allt för instruerande läromedel medför att lärarens självbestämmanderätt utelämnas. Utifrån Davis och Kajicks resonemang går det därmed att tolka det som att det är ett medvetet val utifrån författarnas sida att begränsa lärarens självbestämmanderätt, vilket därmed kan ses som att de har ett lågt förtoende för lärarens förmåga att genomföra undervisningen på egen hand. Det förekommer tillfällen där de styrande direktiven som ges från författarna mynnar ut i ett beslutsfattande. Remillard (2005) förklarar att det går att urskilja om läromedelsförfattarna talar till eller genom läraren utifrån deras användning av pronomen i texterna. Om pronomen i andra person som *du* används talar författarna till läraren och ger därmed läraren möjlighet att anta en aktiv roll. Vi kan därav se tendenser i lärarhandledningarnas texter att det förekommer en variation av hur läromedelsförfattarna vägleder läraren och att det ger olika utfall. Om lärarhandledningarnas

texter talar genom läraren resulterar det i att läraren blir en förmedlare av läromedlesförfattarnas syn på matematik. Om lärarhandledningarnas texter däremot talar till läraren ges läraren en aktiv roll och kan därmed reflektera över det som sägs och handla därefter.

Problematisering av likhetstecknet i läromedlen

Vi kan efter avslutad studie fastställa att likhetstecknet betydelse problematiseras i läromedlet Mattespanarna såväl som i Mattegruvan för att skapa en förståelse för variabler. Gemensamt för de båda läromedelsserierna är att elever och lärare uppmärksammas på likhetstecknets betydelse i läroböckerna och lärarhandledningarna för årskurs 4. Att det sker en repetition av likhetstecknets betydelse i årskurs 4 är inte föga förvånande då det skrivs fram i kommentarmaterialet för matematik att eleverna bör ha varit i kontakt med tecknet i tidigare årskurser (Skolverket, 2011). Vårt resultat visar att de båda läromedelsserierna konkretiserar likhetstecknet med hjälp av en *gungbräda* respektive en *balansvåg*. De båda läromedlen trycker på att liknelsen kan användas för att visa jämvikt och obalans. Vi kan se fördelar med att läromedelsförfattarna använder sig av en våg eller gungbräda då dessa ting finns närvarande i elevernas vardag. I tidigare forskning har Adolfsson et al. (2013) samt Knuth et al. (2005) lyft fram i sitt resultat att eleverna tenderar att se likhetstecknet som en indikator på att en operation ska utföras. I Mattespanarna synliggörs likhetstecknet på gungbrädan för att visa balansen mellan de två leden samt att gungbrädan hamnar i obalans om de två leden väger olika. En tänkbar anledning som vi kan se utifrån författarnas framställning av likhetstecknet är att de försöker leda bort eleverna från att se likhetstecknet som något som "blir" till att se det som att det är lika. Vårt antagande kan styrkas med Warren och Coopers (2005) undersökning där de fann att användningen av balansmodellen resulterade i att fokus skiftades från att se likhetstecknet som en indikation på ett svar till att se ledens ekvivalens.

Utifrån resultatet kan vi här se att de två läromedlen väljer att tillämpa olika utformningar av uppgifter för att befästa likhetstecknets betydelse. I Mattespanarna får eleverna arbeta med lucktal där eleverna ska fylla i det tal som fattas parallellt med Mattegruvan som använder sig av öppna utsagor i form av tomma skrivlinjer. Vi kan utifrån resultatet konstatera att Mattegruvan använder sig av den form av öppna utsagor som är omtalat i tidigare forskning. Carpenter et al. (2003) har i sin forskning påvisat att öppna utsagor likt de som återfinns i Mattegruvan kan resultera i att elever missuppfattar likhetstecknet. Å andra sidan argumenterar McNeil et al. (2006) för hur dessa uppgifter skapar en större förståelse för likhetstecknet betydelse. Emellertid använder sig Mattegruvan av öppna utsagor likt Mattespanarna på ett fåtal ställen. I de båda läromedlen förklaras det att uppgifterna kan ses som pre-algebrauppgifter där tomrummet kommer att ersättas med en variabel. Här kan vi utläsa från resultatet att ersättningen av tomrummet sker vid olika tillfällen i de båda läromedlen. I Mattespanarna möter eleverna variabeln x först i årskurs 5 och i Mattegruvan sker det i slutet av årskurs 4. Det som är gemensamt för de båda läromedlesserierna är att i samband med införandet av variabler introduceras eleverna för metoder som kan användas för att lösa ut det okända. Att läromedlen presenterar metoder för eleverna att tillämpa vid ekvationslösning är något som möter kraven från Lgr 11 då det skrivs fram i det centrala innehållet (Skolverket, 2016). Vi ser därför nyttan med att läromedlen, och framförallt Mattespanarna, presenterar flera metoder för ekvationslösning som eleverna kan använda sig av. De olika metoderna som presenteras i Mattespanarna är att "räkna uppåt" eller "räkna bakifrån" för att kunna lösa ut det okända. Vidare uppmanas eleverna i båda läromedlen att "gissa sig fram" i Mattespanarna respektive "pröva sig fram" i Mattegruvan. Att de båda läromedlen uppmanar eleverna till att pröva sig fram är i linje med vad som skrivs fram i kommentarmaterialet för matematik (Skolverket, 2011).

Vi kan se utifrån resultatet att eleverna ges nya verktyg för att lösa enkla ekvationer i årskurs 6 i de båda materialen. För att introducera eleverna för hur de kan använda sig av olika räknesätt för att lösa ut x föreslår de båda läromedlen att läraren kan konkretisera med hjälp av askar, vilket vi kan härleda till Rystedts et al. (2016) undersökning. I Mattespanarna får eleverna använda sig av tablettaskar med godis i för att konkretisera algebra och ekvationer medan i Mattegruvan används tändsticksaskar med valfritt föremål i. Bortsett från valet av konkret material är övningen i de båda materialen densamma med fokus på likhetstecknets betydelse. Det kan hänföras till Rystedts et al. (2016) undersökning där lådaskarna användes för att stärka balansen i likhetstecknet samt för att visa att det behövs tas bort lika mycket i båda leden för att bibehålla jämvikten. Vi kan faställa att likhetstecknet problematiseras i de båda läromedlen med hjälp av övningen. Emellertid visade det sig i Rystedts et al. (2016) undersökning att eleverna inte klarade av att överföra sina kunskaper som de lärt sig i den konkreta övningen till de abstrakta uppgifterna. Här kan vi se att det skulle kunna bli olika utfall av Rydsteds och läromedlens användning av den konkreta övningen. Vi har i den här studien redogjort för hur likhetstecknet har problematiserats igenom läromedlens årskurser vilket utgör en god grund för att eleverna ska kunna förstå uppgiftens syfte och tillämpa det. Något som vi ser som oroväckande är att författarna till Mattespanarna föreslår i samband med övningen att det kan vara en "god idé" för läraren att bygga in ett fel i en ekvation där det inte går att lösa ut x . Det resulterar i att eleverna måste äta upp en godis och först därefter går ekvationen att lösa. Vi som blivande matematiklärare undrar vad syftet med en felkonstruktion är förutom att eleverna ska få äta upp en godis? Vi ser att författarna istället hade kunnat låta eleverna äta upp godis när de använder sig av räknesättet subtraktion för att lösa ut x .

Sammanfattning av diskussion

I den här uppsatsen var syftet att undersöka hur läromedelsförfattare vägleder läraren i undervisningen om algebra i läromedel för årskurs 4–6. Genom att återigen se tillbaka på den forskningsfråga som ställdes i studiens början är det nu möjligt att konstatera att vi efter avslutad studie har besvarat våra två frågeställningar. Resultatet av vår studie visar att de lärarhandledningar som undersökts ger en kombination av bildande och instruerande vägledning till läraren. Om studiens resultat beaktas, tyder det på att läromedelsförfattare har en föreställning om att lärare är i behov av lärarhandledningar med vägledning, som delvis bildar dem samt ger instruktioner om vad som ska göras. En slutsats som går att dra är att läromedelsförfattare anpassar sitt material efter vad som eftersöks hos lärare för att ha framgång på läromedelsmarknaden. Det kan vi se i form av att läromedlen är utformade för att underlätta i ett tidsbegränsat yrke genom att erbjuda ett komprimerat material som fyller lärarens behov. Emellertid finns det för- och nackdelar med detta då det är ett upplägg som tilltalar många lärare vilket delvis medför att det inte granskas ingående. Vår studie visar likt tidigare forskning att läromedelsförfattares syn på matematik präglar materialet vilket exempelvis blev tydligt i hur likhetstecknet problematiseras för att utveckla elevers förståelse för variabler. Det blir i sin tur problematiskt om läraren helt förlitar sig på att materialet utbildar och lär eleverna algebra istället för att läraren tror på sin egen förmåga att undervisa och använder läromedlet som ett stöd. I slutändan är det bristen på granskning av läromedel som kan medföra problem för matematikundervisningen då lärare inte är väl insatta i hur läromedel är utformade samt om materialet är tillräckligt omfattande för att eleverna ska nå de mål som skrivs fram i läroplanen. I dag har lärare friheten att välja det läromedel som ska användas i matematikundervisningen, men när lärare varken har tid eller vetskapen om att göra en granskning kan friheten ifrågasättas. Det är en nödvändighet att läromedel granskas för att lärare ska få en överskådlig bild och först därefter kunna reflektera över läromedlens användbarhet. Vår studie kan ses som ett bidrag till forskningsfältet samt vara av stor betydelse för att lärare ska kunna göra ett välgrundat val.

Förslag på vidare forskning

I den här studien har uppmärksamheten riktats mot hur läromedelsförfattare vägleder läraren i läromedel som används för undervisningen av algebra i årskurs 4-6. I studien har området algebra avgränsats till att endast fokusera på hur likhetstecknet problematiseras och utvecklas för att skapa en förståelse för algebra och ekvationslösning. En ytterligare avgränsning som gjordes var att analysera två läroboksserier för årskurs 4, 5 och 6. Frågor som väcktes under studiens gång var hur andra läromedel än de som har undersökts i den här studien vägleder läraren i algebraundervisningen. Ett förslag på vidare forskning skulle därför kunna vara att återskapa vår studie på några andra läromedel och analysera huruvida läromedlen ger instruerande eller bildande vägledning till lärare för att bidra till granskningen av läromedel. Med utgångspunkt i ovanstående aspekter väcktes funderingar kring hur verksamma lärare använder sig av de analyserade läromedlen och hur de uppfattar dessa. Det skulle kunna undersökas genom att utföra en kvalitativ intervjustudie med lärare där deras uppfattningar och användning av materialet synliggörs.

Referenslista

- Adolfsson Boman, M., Eriksson, I., Hverven, M., Jansson, A. & Tambour, T. (2013). *Att introducera likhetstecken i ett algebraiskt sammanhang för elever i årskurs 1*. Forskning om undervisning och lärande, nr 10. Hämtad: http://www.forskul.se/ffiles/006f5514/ful10_algebra.pdf
- Ahl, L., Gunnarsdóttir, G. H., Koljonen, T. & Pálsdóttir, G. (2015). How Teachers Interact and Use Teacher Guides in Mathematics: Cases from Sweden and Iceland. *Nordic Studies in Mathematics Education*, 20(3–4), 179–197.
- Ahl, L., Hoelgaard, L. & Koljonen, T. (2013). Lärarhandledning för inspiration och kompetensutveckling. *Nämna*, (4), 43-47. Göteborg: Göteborgs Universitet.
- Bergsten, C., Häggström, J. & Lindberg, L. (1997). *Algebra för alla*. (1. uppl.) Mölndal: Institutionen för ämnesdidaktik, Univ.
- Björklund, M. & Paulsson, U. (2012). *Seminarieboken: att skriva, presentera och opponera*. (2. uppl.) Lund: Studentlitteratur.
- Carpenter, T.P., Franke, M.L. & Levi, L. (2003). *Thinking mathematically: integrating arithmetic and algebra in elementary school*. Portsmouth, NH: Heinemann.
- Davis, E. A. & Krajcik, J. S. (2005). Designing Educative Curriculum Materials to Promote Teacher Learning. *Educational Researcher*, 34(3), 3-14.
- Devlin, K. (2011, Nov 20). What is algebra? [Blogginlägg]. Hämtad 2017-03-24 från <https://profkeithdevlin.org/2011/11/20/what-is-algebra/>
- Esaiasson, P., Gilljam, M., Oscarsson, H., Towns, A.E. & Wängnerud, L. (2017). *Metodpraktikan: konsten att studera samhälle, individ och marknad*. (Femte upplagan). Stockholm: Wolters Kluwer.
- Hattikudur, S., & Alibali, M. W. (2010). *Learning about the equal sign: Does comparing with inequality symbols help?* Journal of Experimental Child Psychology. Department of Psychology, University of Wisconsin–Madison: Madison.
- Hoelgaard, L. (2015). *Lärarhandledningen som resurs: en studie av svenska lärarhandledningar för matematikundervisning i grundskolans årskurs 1-3*. (Licentiatuppsats, Mälardalen University Press Licentiate Theses, 209). Västerås: Mälardalens Högskola.
- Häggström, J. (2008). *Teaching systems of linear equations in Sweden and China: what is made possible to learn?.* (Ph.D. dissertation). Göteborg: Göteborgs universitet.
- Institutet för arbetsmarknads- och utbildningspolitisk utvärdering (2014). *Decentralisering, skolval och fristående skolor: resultat och likvärdighet i svensk skola*. Uppsala: Institutet för arbetsmarknads- och utbildningspolitisk utvärdering (IFAU).

- Johansson, M. (2006). *Teaching mathematics with textbooks – A classroom and curricular perspective* (Doctoral thesis, Luleå University of Technology). Luleå: Department of Mathematics.
- Justesen, L. & Mik-Meyer, N. (2011). *Kvalitativa metoder: från vetenskapsteori till praktik*. (1. uppl.) Lund: Studentlitteratur.
- Kieran, C. (2004). *Algebraic thinking in the early grades: What is it? The Mathematics Educator*, volume 8, 139–151.
- Kilhamn, C., & Hillman, T. (2014). *Structural and pedagogical diversity in Swedish grade six algebra classrooms*. Göteborg: University of Gothenburg.
- Kiselman, C.O. & Mouwitz, L. (2008). *Matematiktermer för skolan*. Göteborg: Nationellt centrum för matematikutbildning (NCM), Göteborgs universitet.
- Knuth E. J, Stephens A. C., McNeil N. M. & Alibali M. W. (2006). Does Understanding the Equal Sign Matter? Evidence from Solving Equations. *Journal for Research in Mathematics Education*, Vol. 37, No. 4 (Jul., 2006), pp. 297-312.
- Knuth E. J., Alibali M. W., McNeil N. M., Weinberg A. & Stephens A. C. (2005). *Middle School Students' Understanding of Core Algebraic Concepts: Equivalence & Variable*. ZDM 2005 Vol. 37 (1).
- Larsen, A.K. (2009). *Metod helt enkelt: en introduktion till samhällsvetenskaplig metod*. Malmö: Gleerups.
- McNeil, N. M, Grandau, L., Knuth. E.J, Alibali, M. W. Sthephens, A.C., Hattikudur, S. Krill, D.E. (2006) Middle- school students` understanding of the equal sign: The books they read can't help. *Cognition and Instruction*, 24 (3), 367-385. Talyor & Francis.
- Noh, J. & Webb, M. (2015). Teacher Learning of Subject Matter Knowledge Through an Educative Curriculum. *The Journal of Educational Research*, 108, 292-305.
- Olteanu, L. (2016). *Framgångsrik kommunikation i matematikklassrummet*. (Doktorsavhandling). Kalmar : Linnéuniversitetet.
- Persson, P. (2010). *Räkna med bokstäver: en longitudinell studie av vägar till en förbättrad algebraundervisning på gymnasienivå*. (Doktorsavhandling). Luleå : Luleå tekniska universitet.
- Pettersson, A. (2010). *Bedömning av kunskap för lärande och undervisning i matematik En teoretisk bakgrund*. Stockholm: Skolverket.
- Reinhardtson, J. (2012). *The introduction of Algebra – comparative studies of textbooks in Finland, Norway, Sweden and USA* (Master thesis). Kristiansand: Department of mathematical sciences, University of Agder.
- Remillard, J. T. (2005). *Examining Key Concepts in Research on Teachers' Use of Mathematics Curricula*. *Review of Educational Research*, 75(2), 211-246.

Remillard, J., Van Steenbrugge, H. & Bergqvist, T. (2014). *A Cross-Cultural Analysis of the Voice of Curriculum Materials*. In K. Jones, C. Bokhove, G. Howson & L. Fan (Ed.), *Proceedings of the International Conference on Mathematics Textbook Research and Development* (pp.394-400). Southampton: University of Southampton.

Rystedt, E. (2015). *Encountering algebraic letters, expressions and equations: A study of small group discussions in a Grade 6 classroom* (Licentiate thesis). Göteborg: Centre for Educational science and teacher research, University of Gothenburg.

Rystedt, E., Hellenius, O., & Kilhamn, C. (2016). Moving in and out of contexts in collaborative reasoning about equations. *The journal of mathematical behavior*, volume 44, 50-64.

Selander, S. (2003). Pedagogiska texter och andra artefakter för kunskap och kommunikation. En översikt över läromedel – perspektiv och forskning. *Regeringen, 2003* (15), 181–256
Hämtad 2017-04-01
<http://www.regeringen.se/contentassets/67f8c3d1db4f4b4db39716e40e9792dd/sou-200315-laromedel-specifikt-bilagor>

Skolinspektionen (2009). *Undervisningen i matematik – utbildningens innehåll och ändamålsenlighet*. Stockholm: Skolinspektionen.

Skolverket (2011). *Kommentarmaterial till kursplanen i matematik*. Stockholm: Skolverket.

Skolverket (2012). *TIMSS 2011: svenska grundskoleelevers kunskaper i matematik och naturvetenskap i ett internationellt perspektiv*. Stockholm: Skolverket. Från http://www.skolverket.se/om-skolverket/publikationer/visa-enskild-publikation?_xurl_=http%3A%2F%2Fwww5.skolverket.se%2Fwtpub%2Fws%2Fskolbok%2Fwpubext%2Ftrycksak%2Fblob%2Fpdf2942.pdf%3Fk%3D2942

Skolverket (2016). *Läroplan för grundskolan, förskoleklassen och fritidshemmet 2011: reviderad 2016*. (3., kompletterade uppl.) Stockholm: Skolverket.

Warren, E. & Cooper, T.J. (2005). Young Children's Ability to Use the Balance Strategy to Solve for Unknowns. *Mathematics Education Research Journal*, Vol. 17 (1), 58–72.

Watt Boolsen, M. (2007). *Kvalitativa analyser: [forskningsprocess, människa, samhälle]*. (1. uppl.) Malmö: Gleerup.

Vetenskapsrådet. (2011). *God forskningssed*. Stockholm: Vetenskapsrådet.

Willers, M. (2015). *Algebra – x och y i vardagsmatematik*. Stockholm: Lind & Co.

Yin, R.K. (2003). *Case Study Research: Design and Methods*. London: Sage.

Läromedel

Mattegruvan

Svensson, Y. & Östergren, G. (2011). *Kopparspiran* Lärarhandledning. Gleerups Utbildning AB.

Svensson, Y. & Östergren, G. (2012). *Silverspiran*. Lärarhandledning. (1. uppl.) Malmö: Gleerups.

Svensson, Y. & Östergren, G. (2013). *Guldspiran. A*, Lärarhandledning. (1. uppl.) Malmö: Gleerup.

Svensson, Y. & Östergren, G. (2010). *Kopparspiran. A*, Grundbok. (1. uppl.) Malmö: Gleerups.

Svensson, Y. & Östergren, G. (2012). *Silverspiran. A* Grundbok. (1. uppl.) Malmö: Gleerups.

Svensson, Y. & Östergren, G. (2013). *Guldspiran. A*, Grundbok. (1. uppl.) Malmö: Gleerups.

Mattespanarna

Hernvald, A., Kryger, G. & Persson, H. (2011). *Mattespanarna. 4A*, Lärarboken. (1. uppl.) Stockholm: Liber.

Hernvald, A., Kryger, G. & Persson, H. (2012). *Mattespanarna. 4B*, Lärarboken. (1. uppl.) Stockholm: Liber.

Hernvald, A., Kryger, G. & Persson, H. (2012). *Mattespanarna. 5A*, Lärarboken. (1. uppl.) Stockholm: Liber.

Hernvald, A., Kryger, G. & Persson, H. (2013). *Mattespanarna. 5B*, Lärarboken. (1. uppl.) Stockholm: Liber.

Hernvald, A., Kryger, G. & Persson, H. (2013). *Mattespanarna. 6A*, Lärarboken. (1. uppl.) Stockholm: Liber.

Hernvald, A., Kryger, G. & Persson, H. (2014). *Mattespanarna. 6B*, Lärarboken. (1. uppl.) Stockholm: Liber.

Hernvald, A. (2011). *Mattespanarna. 4A*. (1. uppl.) Stockholm: Liber.

Hernvald, A. (2011). *Mattespanarna. 4B*. (1. uppl.) Stockholm: Liber.

Hernvald, A. (2012). *Mattespanarna. 5A*. (1. uppl.) Stockholm: Liber.

Hernvald, A. (2013). *Mattespanarna. 5B*. (1. uppl.) Stockholm: Liber.

Hernvald, A. (2013). *Mattspanarna. 6A.* (1. uppl.) Stockholm: Liber

Hernvald, A., Kryger, G., Persson, H. & Zetterqvist, L. (red.) (2013). *Mattspanarna. 6B.* (1. uppl.) Stockholm: Liber.

Bilagor

Bilaga 1

Kategorier	Sida	Läromedel	Årskurs	Kommentarer
Referensinformation				
Styrande direktiv				
Transparens				
Förutseende av elevers tänkande				
Förklaring av matematiska idéer				
Beslutsfattande				

Högskolan Väst
Institutionen för individ och samhälle
461 86 Trollhättan
Tel 0520-22 30 00 Fax 0520-22 30 99
www.hv.se